Classe: 2°4	DS6	Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*
Prénom :	Nom :	jeudi 5 février 2015

Exercice 1 ***Vecteurs*** ***Relation de Chasles, somme de vecteurs*** ***6 points***

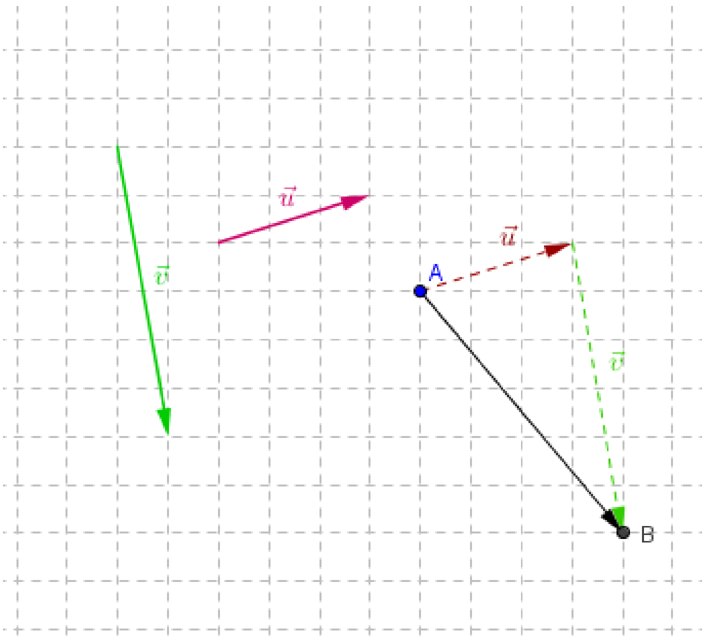
1) Compléter les égalités suivantes en utilisant la relation de Chasles :

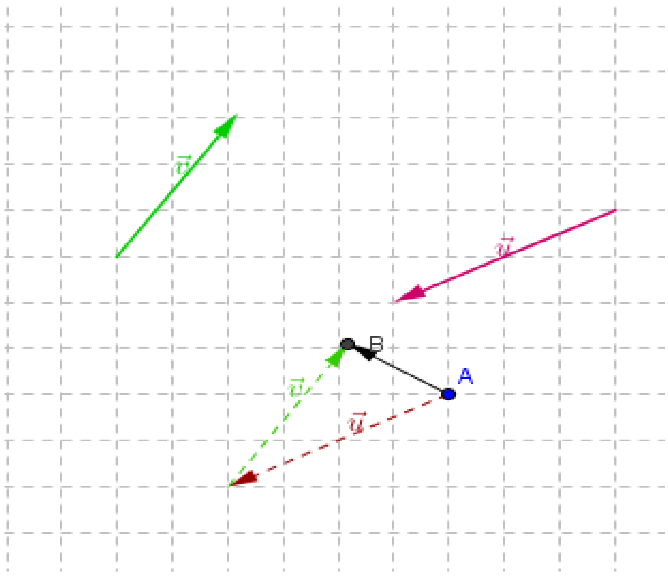
a) $\overrightarrow{XT} + \overrightarrow{TZ} = \overrightarrow{XZ}$

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$

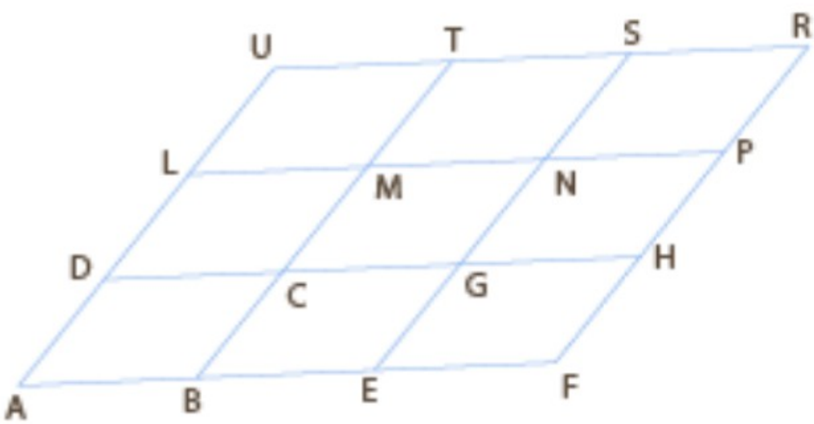
c) $\overrightarrow{ER} + \overrightarrow{RV} = \overrightarrow{EV}$

2) Construire un représentant du vecteur $\vec{u}+\vec{v}$ d'origine A dans chaque cas :





3) En utilisant uniquement les points de la figure formée uniquement de parallélogrammes, trouver un vecteur égal aux sommes suivantes :



a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{GN} = \overrightarrow{AC}$ (ou tout autre vecteur égal à $\overrightarrow{AC}$) $\overrightarrow{DM}$, $\overrightarrow{LT}$, $\overrightarrow{GP}$ …

b) $\overrightarrow{LG} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{LR} = \overrightarrow{DP} = \overrightarrow{AH}$.

c) $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{HS} = \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BP} =$ …

d) $\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BN} =$ …

Exercice 2 ***vecteurs colinéaires*** ***8 points***

Dans cet exercice, on considère un repère $(\mathrm{O};\vec{i},\vec{j})$.

1) Question de cours :

Le vecteur $\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}X\\Y\end{pmatrix}$ et le vecteur $\vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}X'\\Y'\end{pmatrix}$.

À quelle condition, les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ? (Une seule des propriétés suivantes suffisait)

les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $XY' = X'Y$

ou encore

les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $XY' - X'Y = 0$

ou encore

les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si, il existe un réel k tel que $X' = kX$ et $Y' = kY$.

ou encore

les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si, le tableau suivant est un tableau de proportionnalité :

X	X'
Y	Y'

2) **Applications du cours :**

a) Les vecteurs $\vec{u}$ $\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}$ $\begin{pmatrix}-3\\7{,}5\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ? Justifiez votre réponse.

Comme $2\times 7{,}5 = (-3)\times(-5) = 15$, les vecteurs sont colinéaires.

Ou bien : Comme $2\times\left(\frac{-3}{2}\right) = -3$ et $-5\times\left(\frac{-3}{2}\right) = 7{,}5$, on a : $\vec{v} = \frac{-3}{2}\vec{u}$ ….

b) Les vecteurs $\vec{u}$ $\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$ et $\vec{w}$ $\begin{pmatrix}16\\40\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ? Justifiez votre réponse.

Comme $2\times 40 = 80$ et $-5\times 16 = -80$, les vecteurs ne sont pas colinéaires.

c) Déterminez le réel x sachant que les vecteurs $\vec{s}$ $\begin{pmatrix}2-x\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{t}$ $\begin{pmatrix}3+x\\4\end{pmatrix}$ sont colinéaires.

x est solution de l'équation : $4(2-x) = 1\times(3+x)$, soit : $5x = 5$, donc : $x = 1$.

3) Vecteurs colinéaires et droites ….

Soient trois points $A(1\ ;\ 4)$, $B(5\ ;\ -1)$, $C(-2\ ;\ 1)$.

a) Placer les trois points dans le repère à la fin de cet exercice et construire le parallélogramme $ABCD$.

Voir construction ….

b) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5-1 \\ -1-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$

c) Déterminer par le calcul les coordonnées du point D .

$ABCD$ étant un parallélogramme, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$,

on a alors : $\begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$

On résout : $\begin{cases} -2-x_D=4 \\ 1-y_D=-5 \end{cases}$, soit : $\begin{cases} x_D=-6 \\ y_D=6 \end{cases}$

Les coordonnées de D sont (–6 ; 6).

d) Soit le point E de coordonnées (25 ; –27). Les points A, B, E sont-ils alignés ?

On a : $\overrightarrow{AE} \begin{pmatrix} 25-1 \\ -27-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ -31 \end{pmatrix}$.

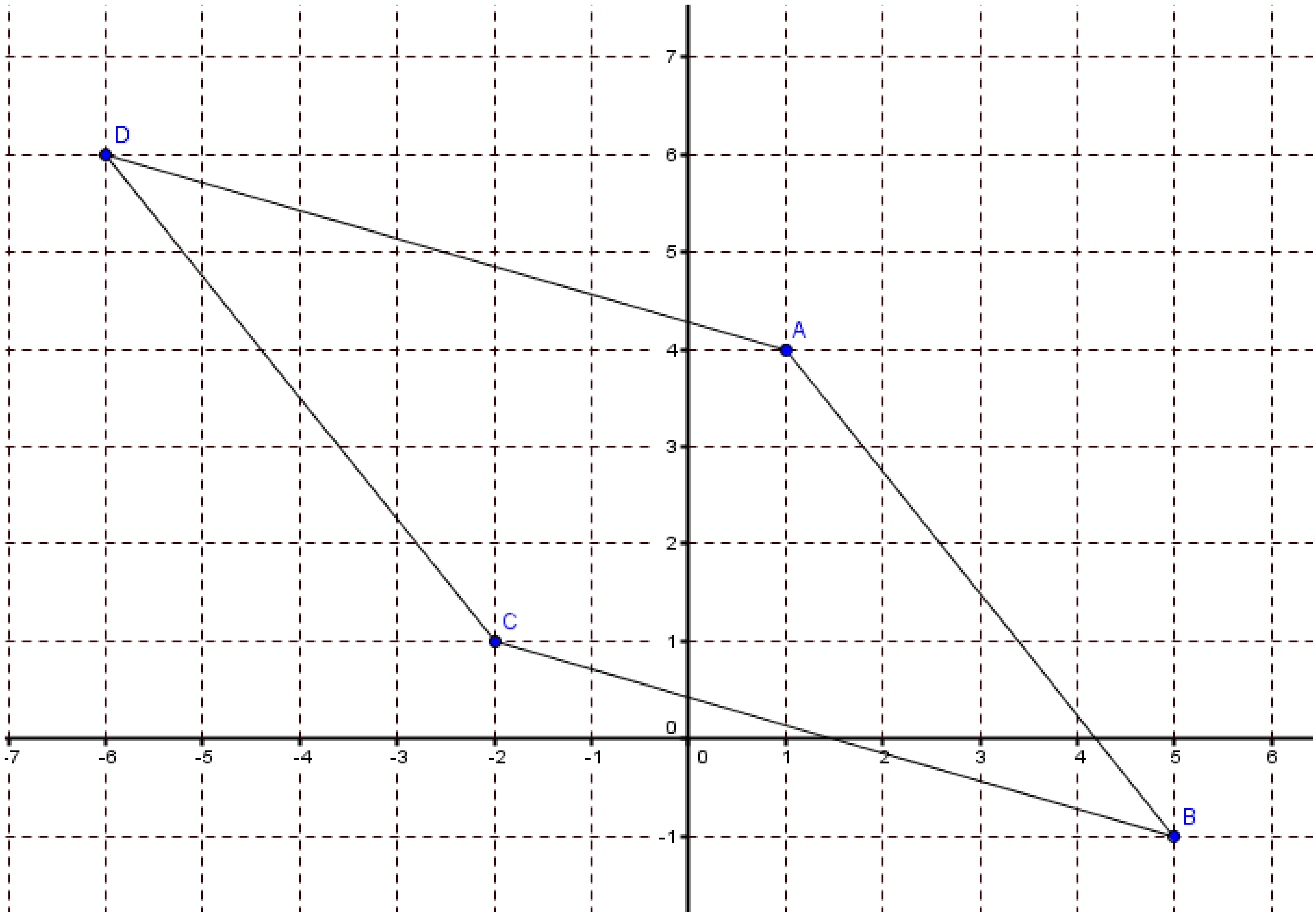
or, $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$. Comme $-5\times 24 = -120$ et $4\times(-31) = -124$, les points A, B et E ne sont pas alignés.

e) Soit $M(x ; y)$ un point de la droite (AB). Écrire une relation entre les coordonnées x et y .

Si $M(x ; y) \in (AB)$ alors les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

$\overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si $4(y-4) = -5(x-1)$

On peut écrire sous la forme : $y = -\frac{5}{4}x + \frac{21}{4}$.



Exercice 3 Factorisation, signe d'une expression, inéquations 6 points

1) On considère l'expression $A(x) = (2x + 1)^2 - (x + 3)^2$

a) Compléter la phrase suivante :

L'expression $A(x)$ est la différence du carré de $(2x + 1)$ et du carré de $(x + 3)$.

b) En déduire la **factorisation** en produit de facteurs du premier degré de $A(x)$

Comme $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, on obtient :

$(2x + 1)^2 - (x + 3)^2 = [(2x + 1) + (x + 3)][(2x + 1) - (x + 3)] = (3x + 4)(x - 2)$

c) Résoudre l'inéquation $A(x) \geqslant 0$

On a donc : $(3x + 4)(x - 2)$

x	$-\infty$		$\frac{-4}{3}$		2		$+\infty$
$3x+4$		$-$	0	$+$	$\vdots$	$+$	
$x-2$		$-$	$\vdots$	$-$	0	$+$	
$(3x+4)(x-2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

les solutions de $A(x) \geqslant 0$ sont les réels de la réunion d'intervalles : $\left]-\infty;-\frac{4}{3}\right] \cup [2;+\infty[$

2) On considère l'expression $B(x) = (x+1)(3x-1) + (x+1)(2-5x)$

a) Compléter les phrases suivantes :

L'expression $B(x)$ est la somme des termes $(x+1)(3x-1)$ et $(x+1)(2-5x)$

$(x+1)(3x-1)$ est le produit des facteurs $(x+1)$ et $(3x-1)$

b) Donner la **factorisation** en produit de facteurs du premier degré de $B(x)$

$(x+1)$ est un facteur commun aux deux termes de la somme

$(x+1)(3x-1) + (x+1)(2-5x) = (x+1)[(3x-1) + (2-5x)] = (x+1)(-2x+1)$

c) Résoudre l'inéquation $B(x) \geqslant 0$

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$	⋮	$+$	
$-2x+1$		$+$	⋮	$+$	0	$-$	
$(x+1)(-2x+1)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

les solutions de $B(x) \geqslant 0$ sont les réels de l'intervalle : $\left[-1;\frac{1}{2}\right]$.