Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

Exercice 1 Fonction du second degré 5 points

On donne les trois écritures de la même expression algébrique de $f(x)$.

$f(x) = x^2 + 2x - 63$ forme développée
$f(x) = (x - 7)(x + 9)$ forme factorisée
$f(x) = (x + 1)^2 - 64$ forme canonique
1) Expliquer votre choix pour calculer l'image par f des réels suivants, et, donner cette image :

réel	choix de la forme pour calculer l'image	résultat
-9	forme factorisée, car, -9 annule le facteur $(x + 9)$	0
-1	forme canonique car -1 annule $(x + 1)^2$	-64
$\sqrt{2}$	forme développée car $(\sqrt{2})^2 = 2$	$-61 + 2\sqrt{2}$

2) a) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
$f(x) = (x - 7)(x + 9)$ forme factorisée
le produit $(x - 7)(x + 9) = 0$ si et seulement si $x = 7$ ou $x = -9$ $S_{2a} = \{-9 ; 7]$

b) Résoudre l'équation $f(x) = 36$.
$f(x) = (x + 1)^2 - 64$ forme canonique
$(x + 1)^2 - 64 = 36$ si et seulement si $(x + 1)^2 = 100 = 10^2$ si et seulement si $x + 1 = -10$ ou $x + 1 = 10$
Solutions : -11 et 9 $S_{2b} = \{-11 ; 9\}$

3) Voici 6 tableaux de variations. Un seul de ces tableaux est celui de la fonction f.
Entourer le bon tableau et ***justifier votre choix***

FAUX

x	$-\infty$	-64	$+\infty$
$f(x)$	↘	-1	↗

FAUX

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	↘	-64	↗

FAUX

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	↗	-64	↘

FAUX

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	-63	↗

VRAI

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	↘	-64	↗

FAUX

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	↘	‖	↗

Justification :
$f(x) = (x + 1)^2 - 64$ forme canonique
Le coefficient 1 de x^2 est strictement positif.
Les coordonnées du sommet sont $(-1 ; -64)$.
La fonction f est donc décroissante sur $]-\infty ; -1]$ et croissante sur $[-1 ; +\infty[$
Remarque : *Trop d'affirmations sans aucune preuve. Dire que la fonction est décroissante, puis croissante n'est pas une justification.*
Dire que le coefficient de x^2 est positif est la preuve du sens de variation de la fonction.
D'autre part, le minimum est atteint en -1, d'après la forme canonique.

Exercice 2 Fonction inverse Questions de cours 3 points

1) Donner le tableau de variations de la fonction inverse.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	‖	↘

2) Quel est le nom de la courbe représentative de la fonction inverse ?

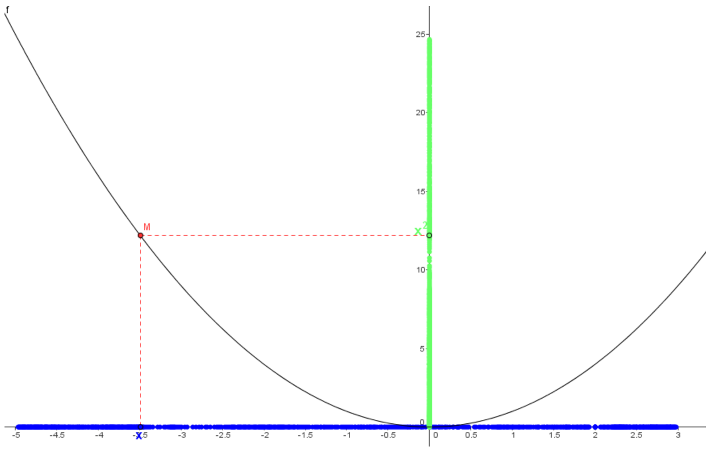
La représentation de la fonction inverse est une hyperbole d'équation $y = \frac{1}{x}$.

Exercice 3 encadrement, inéquations 6 points

1) Donner le meilleur encadrement de x^2 lorsque $x \in [-5 ; 3]$.

Un schéma est fortement conseillé pour soutenir la démarche démonstrative …

Si $-5 \leqslant x \leqslant 3$ alors $0 \leqslant x^2 \leqslant 25$ (**la fonction carré atteint son minimum en 0**, et, $(-5)^2 > 3^2$)

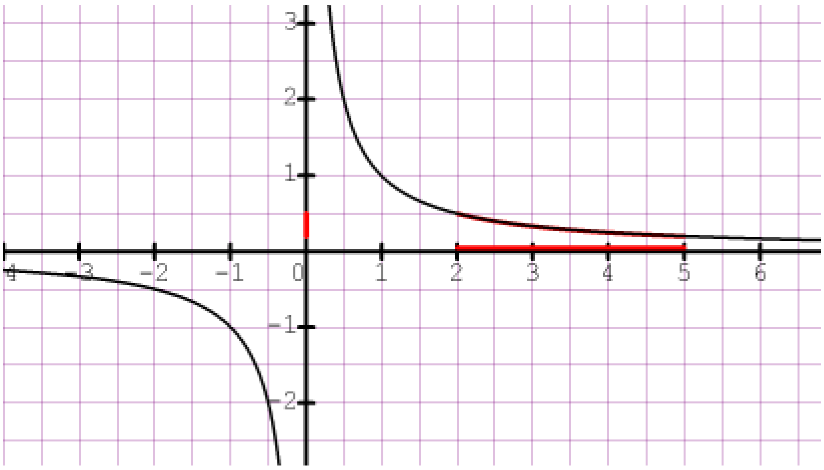


On place x en abscisse entre –5 et 3, et, on lit x^2 en ordonnée.

2) En utilisant la représentation graphique de la fonction inverse donnée en annexe, donner le meilleur encadrement de $\frac{1}{x}$ lorsque

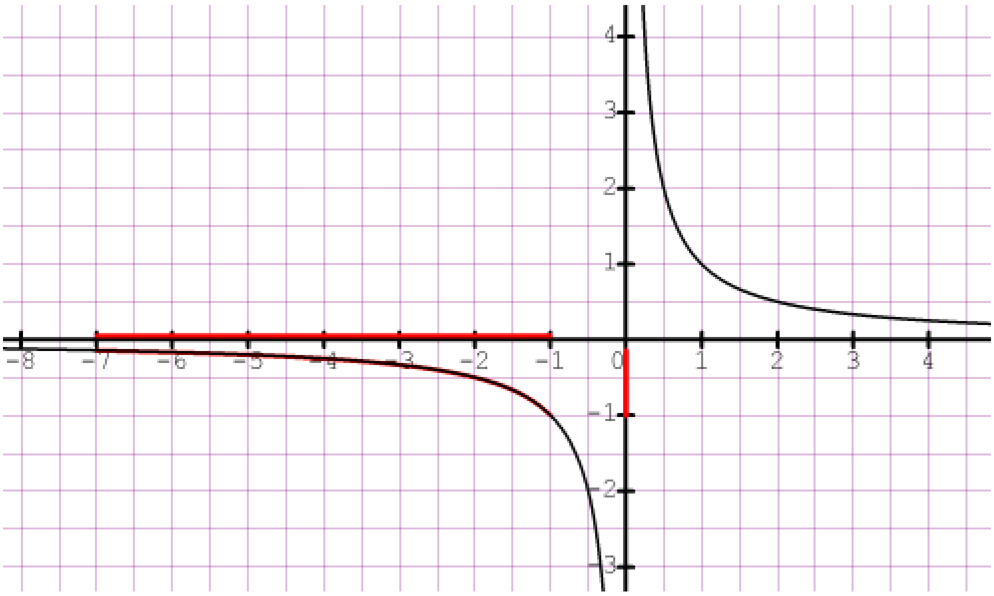
a) $x \in [2 ; 5]$ $\frac{1}{5} \leqslant \frac{1}{x} \leqslant \frac{1}{2}$

On place x en abscisse entre 2 et 5, et, on lit en ordonnée, l'encadrement de $\frac{1}{x}$.



b) $x \in [-7 ; -1]$ $\qquad -1 \leqslant \frac{1}{x} \leqslant -\frac{1}{7}$

On place x en abscisse entre –7 et –1, et, on lit en ordonnée, l'encadrement de $\frac{1}{x}$.

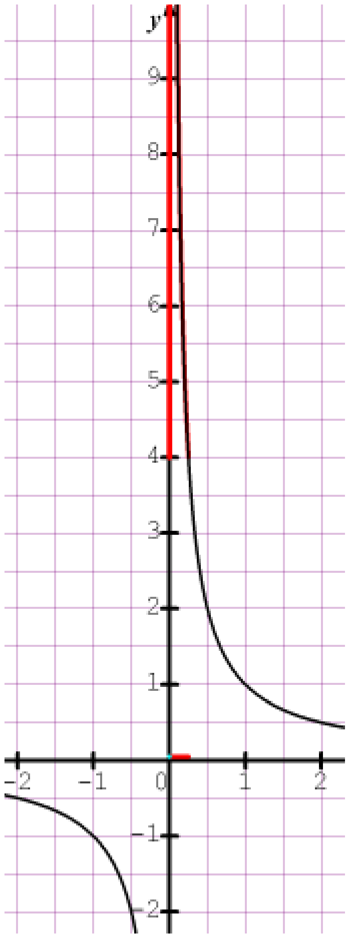


(**Les traits utiles à la lecture graphique doivent être apparents)** .

3) En utilisant la représentation graphique de la fonction inverse donnée en annexe, résoudre les inéquations suivantes :

a) $\frac{1}{x} \geqslant 4 \qquad x \in \left]0 ; \frac{1}{4}\right]$

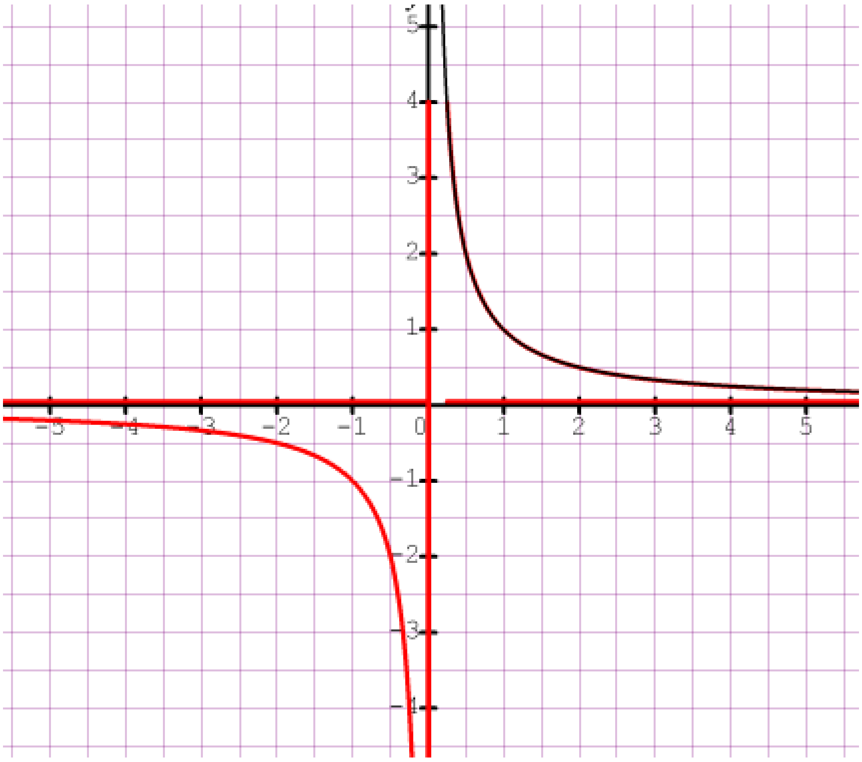
On place $\frac{1}{x}$ en ordonnée au-dessus de 4, et, on lit en abscisses l'encadrement de x.



b) $\frac{1}{x} \leqslant 4$

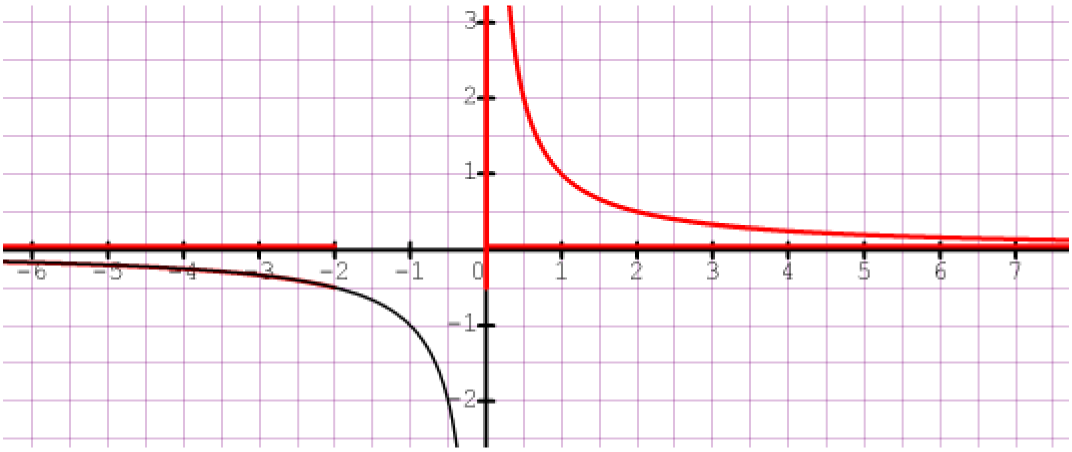
$x \in \left]-\infty ; 0\right[\cup \left[\frac{1}{4} ;+\infty\right[$

On place $\frac{1}{x}$ en ordonnée au-dessous de 4, et, on lit en abscisses l'encadrement de x.



c) $\frac{1}{x} \geqslant -\frac{1}{2}$ $x \in]-\infty ; -2] \cup]0 ; +\infty[$

On place $\frac{1}{x}$ en ordonnée au-dessus de $-\frac{1}{2}$, et, on lit en abscisses l'encadrement de *x*.



(**Les traits utiles à la lecture graphique doivent être apparents**) .

Exercice 4 ***6 points***

Soit la fonction *f* définie par $f(x) = 3 + \frac{2}{x-4}$

1) Pour quelle(s) valeur(s) de x, on ne peut pas calculer f (x) ?

$x - 4 \neq 0$ si et seulement si $x \neq 4$

2) Mettre f (x) sous la forme $\frac{ax+b}{cx+d}$.

$3 + \frac{2}{x-4} = \frac{3(x-4)+2}{x-4} = \frac{3x-10}{x-4}$

3) Résoudre l'équation f (x) = 0.

$f(x) = 0$ si et seulement si $3x - 10 = 0$ si et seulement si $x = \frac{10}{3}$

4) Résoudre l'inéquation f (x) ⩾ 0.

Tableau de signes.

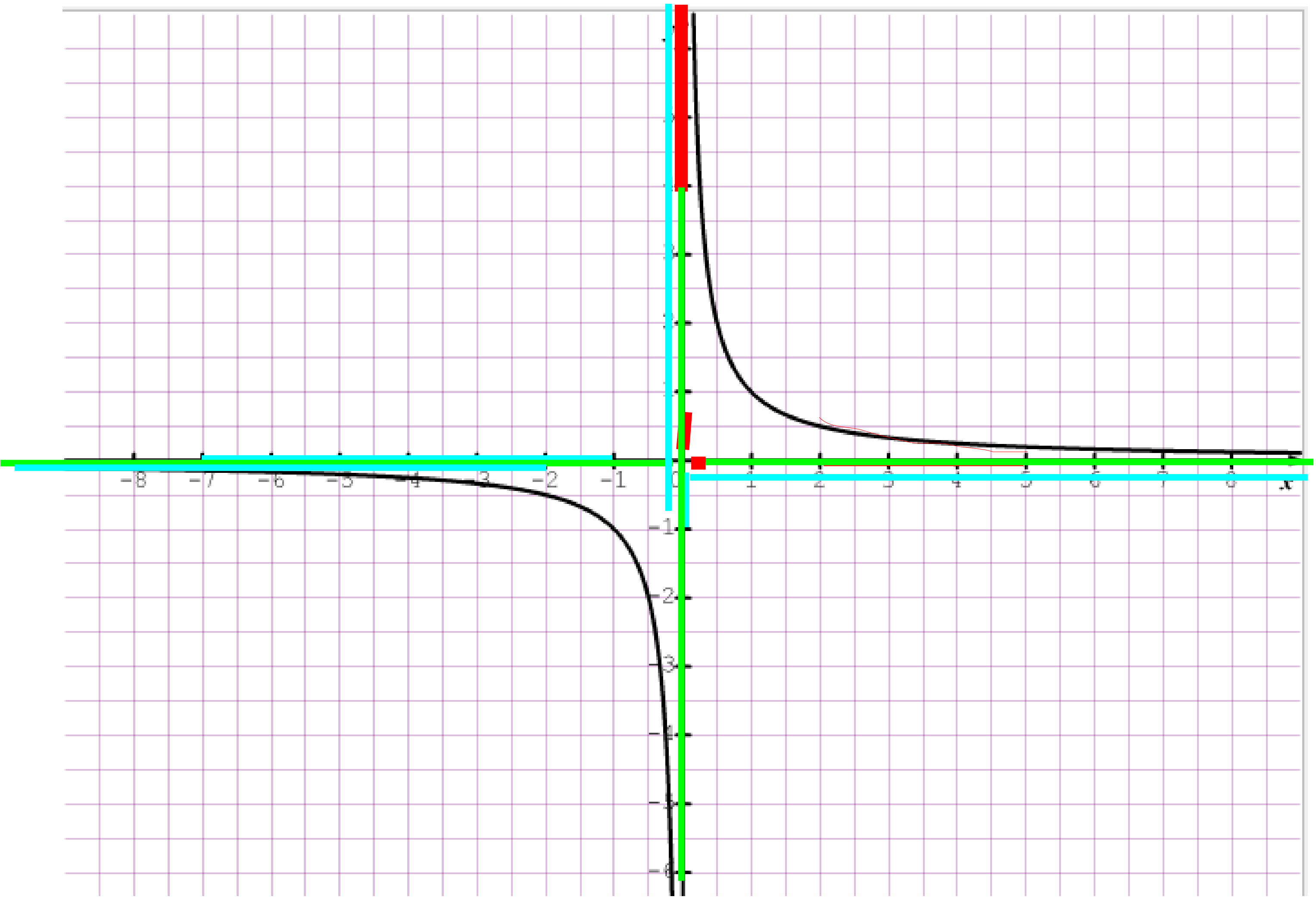
x	$-\infty$		$\frac{10}{3}$		4		$+\infty$
$3x-10$		$-$	0	$+$	‖	$+$	
$x-4$		$-$	⋮	$-$	‖	$+$	
$\frac{3x-10}{x-4}$		$+$	0	$-$	‖	$+$	

$x \in \left]-\infty;\frac{10}{3}\right] \cup]4;+\infty[$

Annexe :

Graphique pour la question 3/ de l'exercice 3

(Les traits utiles à la lecture graphique doivent être apparents) .



En rouge : $\frac{1}{x} \geqslant 4$. (1/x se place en ordonnée, et les solutions sont les abscisses des points de la courbe ayant une ordonnée supérieure à 4, on lit : $0 < x \leqslant \frac{1}{4}$)

En vert $\frac{1}{x} \leqslant 4$. (1/x se place en ordonnée, et les solutions sont les abscisses des points de la courbe ayant une ordonnée inférieure à 4, on lit : $x < 0$ ou $x \geqslant \frac{1}{4}$)

En bleu : $\frac{1}{x} \geqslant -\frac{1}{2}$ (1/x se place en ordonnée, et les solutions sont les abscisses des points de la courbe ayant une ordonnée supérieure à $\frac{-1}{2}$, on lit : $x < -2$ ou $x > 0$)