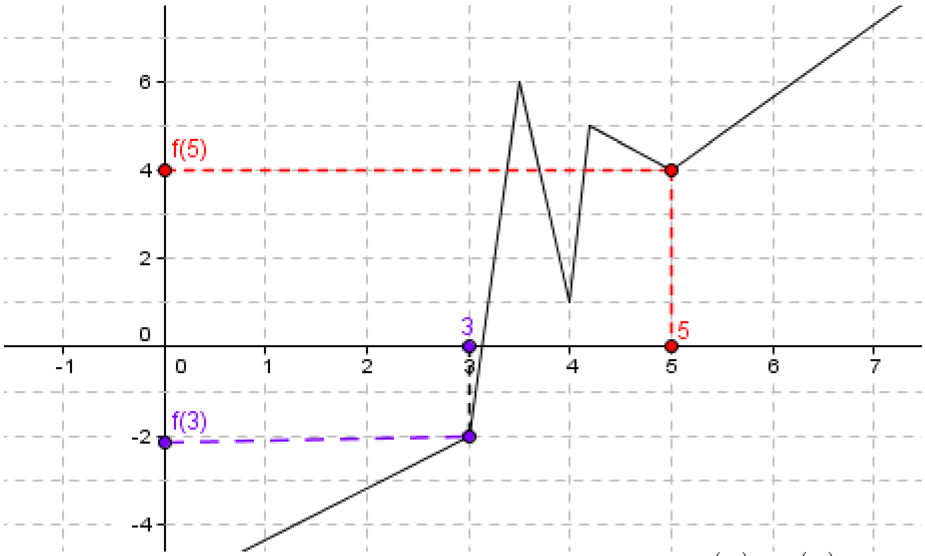
Exercice 1 Logique et raisonnement ***5 points***

1) Vrai – Faux

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses.

Si la proposition est fausse, donner un contre-exemple qui prouve qu'elle est fausse (un schéma peut suffire).

Si la proposition est vraie, rappeler la propriété du cours qui prouve que la proposition est vraie.

Propositions :	*Vrai ou Faux*
1) Si f est une fonction croissante sur $\mathbb{R}$ *alors* $f(\sqrt{2})<f(\pi)$	VRAI
Justification : Comme *f* est une fonction croissante sur $\mathbb{R}$, l'ordre des images est celui des antécédents. Puisque $\sqrt{2}<\pi$ alors $f(\sqrt{2})<f(\pi)$	
2) Si $f(3)<f(5)$ *alors f est une fonction croissante sur* $\mathbb{R}$.	FAUX
 Justification : Voici la représentation graphique d'une fonction telle que $f(3)<f(5)$ et qui n'est pas croissante sur $\mathbb{R}$,	

2) Implication, réciproque, contraposée :

a) Voici une implication, dire si elle est vraie ou fausse :

Si x > 2 alors x² > 4 Vraie (Preuve : la fonction carré est strictement croissante sur [0 ; +∞[.

b) Écrire la réciproque de cette implication, et, dire si elle est vraie ou fausse :

Si $x^2 > 4$ alors $x > 2$ FAUX
En prenant $x = -3$, on a : $(-3)^2 > 4$ mais $(-3) < 2$.

c) Écrire la contraposée de l'implication du a), et, dire si elle est vraie ou fausse :
Si $x^2 \leqslant 4$ alors $x \leqslant 2$ Vraie

Rappels et compléments :
Une implication est une phrase qui peut s'écrire de la forme : Si (condition suffisante) alors (condition nécessaire).
Sa réciproque est la phrase construite en échangeant les deux conditions.

Pour prouver qu'une implication est vraie, on se donne la condition suffisante et on montre (par une argumentation logique et non en réaffirmant sans preuve) la condition nécessaire. Un exemple illustre l'implication mais ne la prouve pas. (Voir 1-1 et 2a))
Pour prouver qu'une implication est fausse, on peut construire un contre-exemple. On trouve un exemple où la condition suffisante est vérifiée sans avoir la condition nécessaire. (Voir 1-2) et 2b)
La contraposée d'une implication est la phrase construite en prenant la négation de la condition nécessaire en hypothèse et la négation de la condition suffisante en conclusion. (Voir 2c).
Ceux qui ont écrit : " Si $x \leqslant 2$ alors $x^2 \leqslant 4$ " ont écrit la contraposée du 2b/ et non du 2a/.

Exercice 2 : variations de fonctions ***2 points***

Voici le tableau de variations d'une fonction f.

x	$-\infty$		-3		1		5		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	-5	↗	0

D'après ce tableau, existe-t-il des solutions à l'équation f (x) = 2. Oui

Si oui, ***combien*** *existe-t-il de solutions et dans quels intervalles sont-elles situées ?*

L'équation possède 3 solutions :
l'une sur $]-\infty\,;-3[$, une deuxième sur $]-3\,;1[$ et une troisième sur $[1\,;5[$.

Commentaires :

Analyse du vocabulaire :

Une solution est un réel α tel que son image par f est 2.

Ce réel α est lu sur la ligne des antécédents (en abscisses sur un graphique).

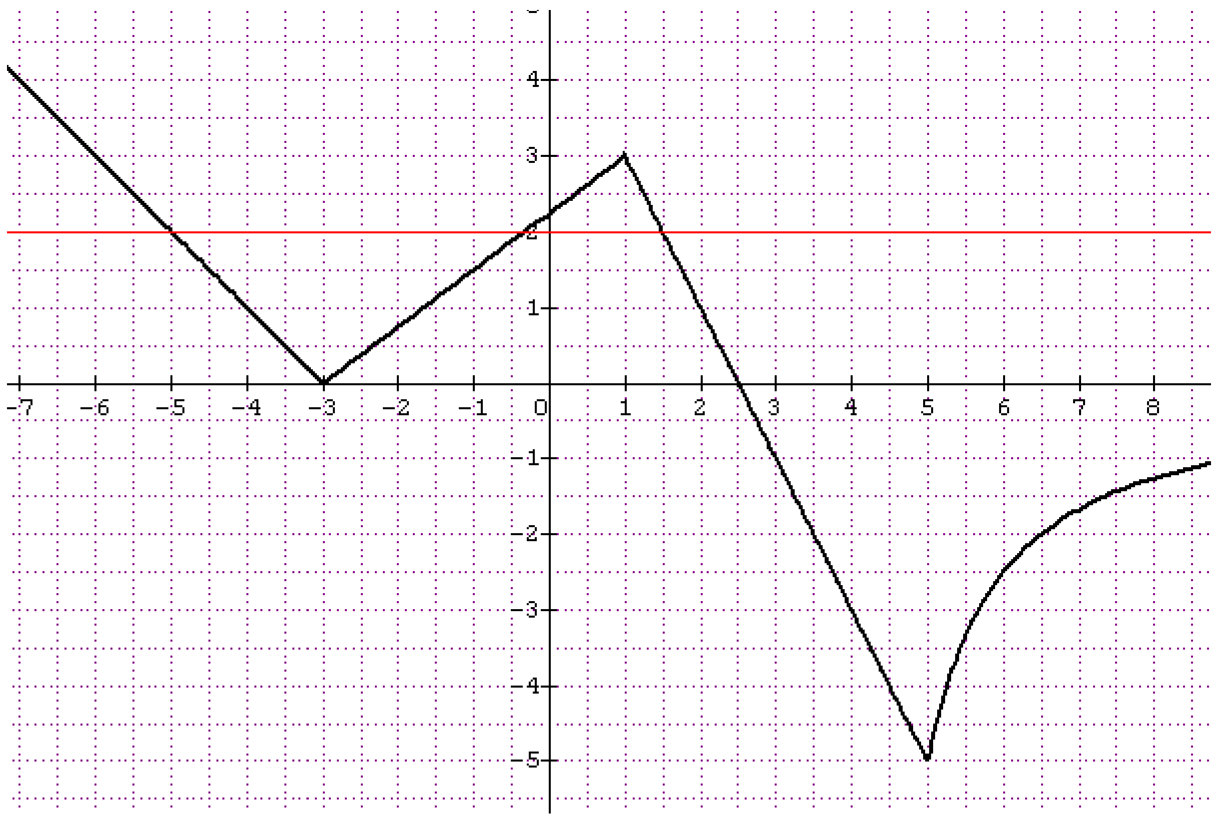
« Combien » est un adverbe interrogatif qui attend une réponse précise ….

Méthode :

Puisque 2 est une image, on place « 2 » sur la ligne des images $f(x)$ (en ordonnées sur un graphique).

On lit alors les antécédents possibles dans les intervalles (un à un).

x	$-\infty$		α_1		-3		α_2		1		α_3		5		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	2	↘	0	↗	2	↗	3	↘	2	↘	-5	↗	0



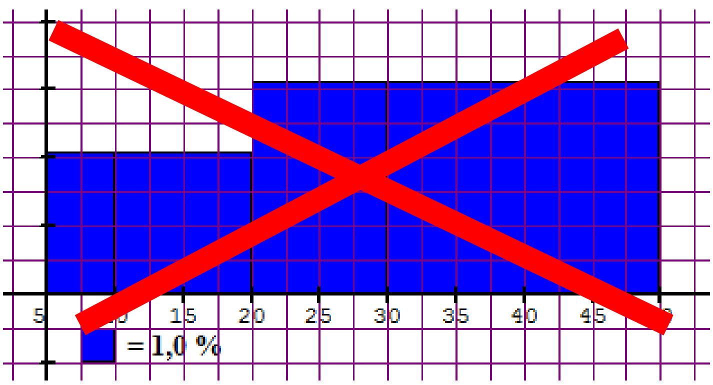
Voici une représentation graphique C_f possible de f.

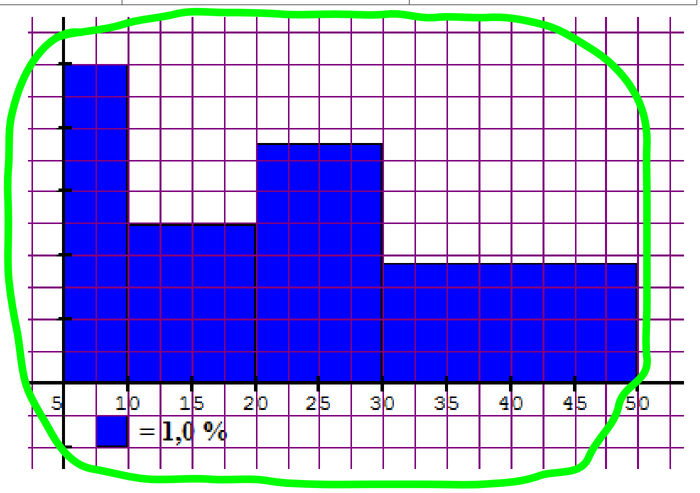
Les solutions sont les **abscisses** des points de C_f d'ordonnée 2.

Exercice 3 histogramme 2 points

Voici une série statistique représentant la répartition en % par tranches d'âges dans un groupe de personnes :

âge	*[5 ; 10[*	*[10 ; 20[*	*[20 ; 30[*	*[30 ; 50]*
fréquence en %	*20*	*20*	*30*	*30*





*Entourer le bon histogramme **en justifiant votre choix.***

C'est le deuxième car les aires sont proportionnelles aux fréquences, alors que dans le premier diagramme, pour des classes de largeur différente, on a construit des rectangles de même hauteur.

Remarque :

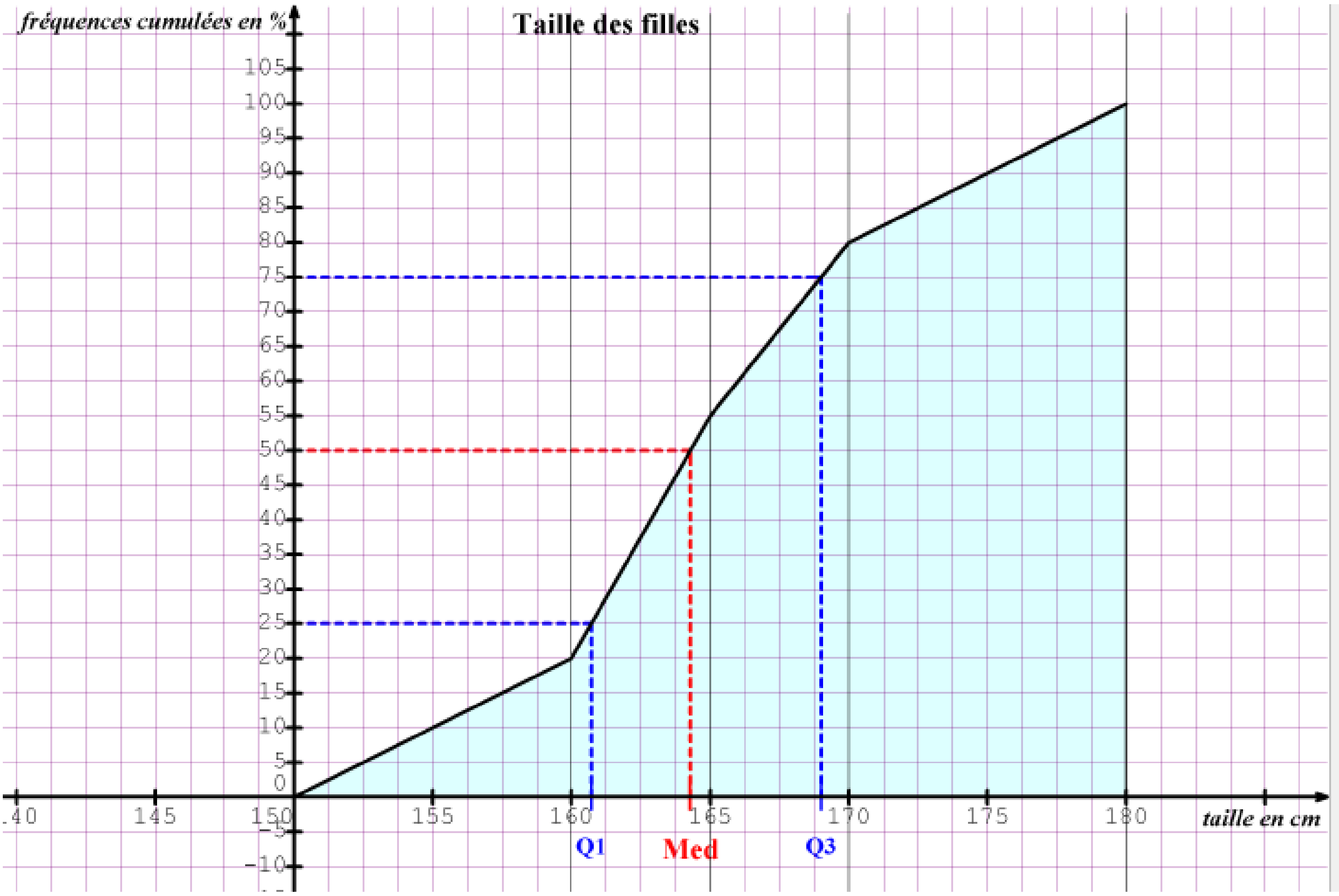
Pour éviter un « baratin » descriptif et imprécis, il suffit d'employer le vocabulaire adéquat et précis …

Ici, la notion de proportionnalité est essentielle.

Exercice 4 Distribution de fréquences ***3 points***

En annexe est donné le diagramme des fréquences cumulées croissantes d'une série statistique représentant la taille des filles de moins de 10 ans dans une région du Canada.

1) Donner par lecture graphique les valeurs de la médiane, du premier quartile et du troisième quartile.



(Les traits de construction permettant de déterminer ces nombres doivent être apparents).

La médiane est l'abscisse du point du diagramme d'ordonnée 50%. On lit : Me ≈ 164 cm
Le premier quartile est l'abscisse du point du diagramme d'ordonnée 25%. On lit : Q1 ≈ 161 cm

Le troisième quartile est l'abscisse du point du diagramme d'ordonnée 75%. On lit : Q3 ≈ 168 cm

2) Compléter le tableau suivant donnant les fréquences :

Taille	[150 ; 160[	[160 ; 165[	[165 ; 170[	[170 ; 180]
fréquences	0,2	0,35	0,25	0,2

Commentaires :

On ne demande pas les fréquences cumulées …..

Une fréquence est comprise entre 0 et 1, si vous la donner en pourcentage, cela doit être dit et écrit.

Exercice 5 : moyenne ***2 points***

Dans un groupe de 50 personnes dont 40 hommes, la moyenne des âges des hommes est 25 ans et celle des femmes est 30 ans.

Quelle est la moyenne d'âge du groupe ?

La somme des âges des hommes est $25 \times 40 = 1\,000$

La somme des âges des femmes est $30 \times 10 = 300$
La somme des âges des 50 personnes du groupe est 1 000 + 300 = 1 300
La moyenne d'âge du groupe est : $\frac{1300}{50} = 26$ ans.

Remarque :

On peut faire en une seule opération : $\frac{25 \times 40 + 30 \times 10}{50} = 26$ ans

Exercice 6 ***probabilités*** ***3 points***

1) Les tableaux suivants permettent-ils de définir une loi de probabilité ?

issues	*–1*	*2*	*4*	*8*
probabilités	*0,5*	*0,2*	*0,1*	*0,2*

Chaque probabilité est comprise entre 0 et 1 et la somme de toutes les probabilités est 0,5 + 0,2 + 0,1 + 0,2 = 1
Ce tableau définit donc une loi de probabilité.

issues	*1*	*2*	*3*	*4*
probabilités	*0,5*	*–0,2*	*0,1*	*0,2*

Comme –0,2 < 0, ce ne peut pas être une probabilité,

(ou encore : la somme ne fait pas 1)

Remarque :

Il n'y a aucune condition sur les issues. L'expérience aléatoire n'étant pas indiqué, on peut tout avoir comme résultats possibles.

Par exemple, dans un sac, il y a 50 jetons marqués –1, 20 jetons marqués 2, 10 jetons marqués 4 et 20 jetons marqués 8.

On tire au hasard un jeton et on note son numéro.

La loi de probabilité de cette expérience aléatoire est le premier tableau.

2) Lors d'une expérience aléatoire, on a obtenu les résultats suivants où A et B sont deux événements de l'univers E : $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,6$ et $P(A \cup B) = 0,9$

Calculer $P(A \cap B)$ et $P(\overline{A})$

On sait : $P(A \cap B) = P(A) + P(B) + P(A \cup B)$, d'où, $P(A \cap B) = 0,8 + 0,6 - 0,9 = 0,5$

et $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$.

Illustration :

Dans un groupe de 100 personnes, certains font de la course, d'autres (ou le mêmes) font du cyclotourisme.

90 personnes font de la course **ou** du cyclo.

80 personnes font de la course (dont 50 font du cyclo) (30 font seulement de la course)

60 personnes font du cyclo (dont 50 font de la course) (10 font seulement du cyclo).

50 personnes font de la course **et** du cyclo.

10 ne font ni cyclo, ni vélo.

20 ne font pas de la course (dont 10 font du cyclo).

40 ne font pas du cyclo (dont 30 font de la course).

	font du cyclo	ne font pas de cyclo	
font de la course	0,5	0,3	0,8
ne font pas de la course	0,1	0,1	0,2
	0,6	0,4	1

Exercice 7 équations, inéquations ***3 points***

1) Résoudre l'équation suivante : (voir remarques dans le DM9)

$\frac{x+2}{x-7} = \frac{2}{5}$ équivaut à $\begin{cases} x \neq 7 \\ 5(x+2) = 2(x-7) \end{cases}$, d'où, $3x = -24$.

S = {–8}

2) a) Justifier que l'inéquation $\frac{2x+3}{x+4} \leqslant 2$ est équivalente à l'inéquation $\frac{-5}{x+4} \leqslant 0$.

$\frac{2x+3}{x+4} \leqslant 2$ équivaut à $\frac{2x+3}{x+4} - 2 \leqslant 0$ (On retranche 2 aux deux membres de l'inégalité)

$\frac{2x+3}{x+4} - 2$ équivaut à $\frac{(2x+3)-2(x+4)}{x+4} \leqslant 0$ (On met au même dénominateur)

Après réduction du numérateur, on obtient : $\frac{2x+3}{x+4} \leqslant 2$ est équivaut à $\frac{-5}{x+4} \leqslant 0$

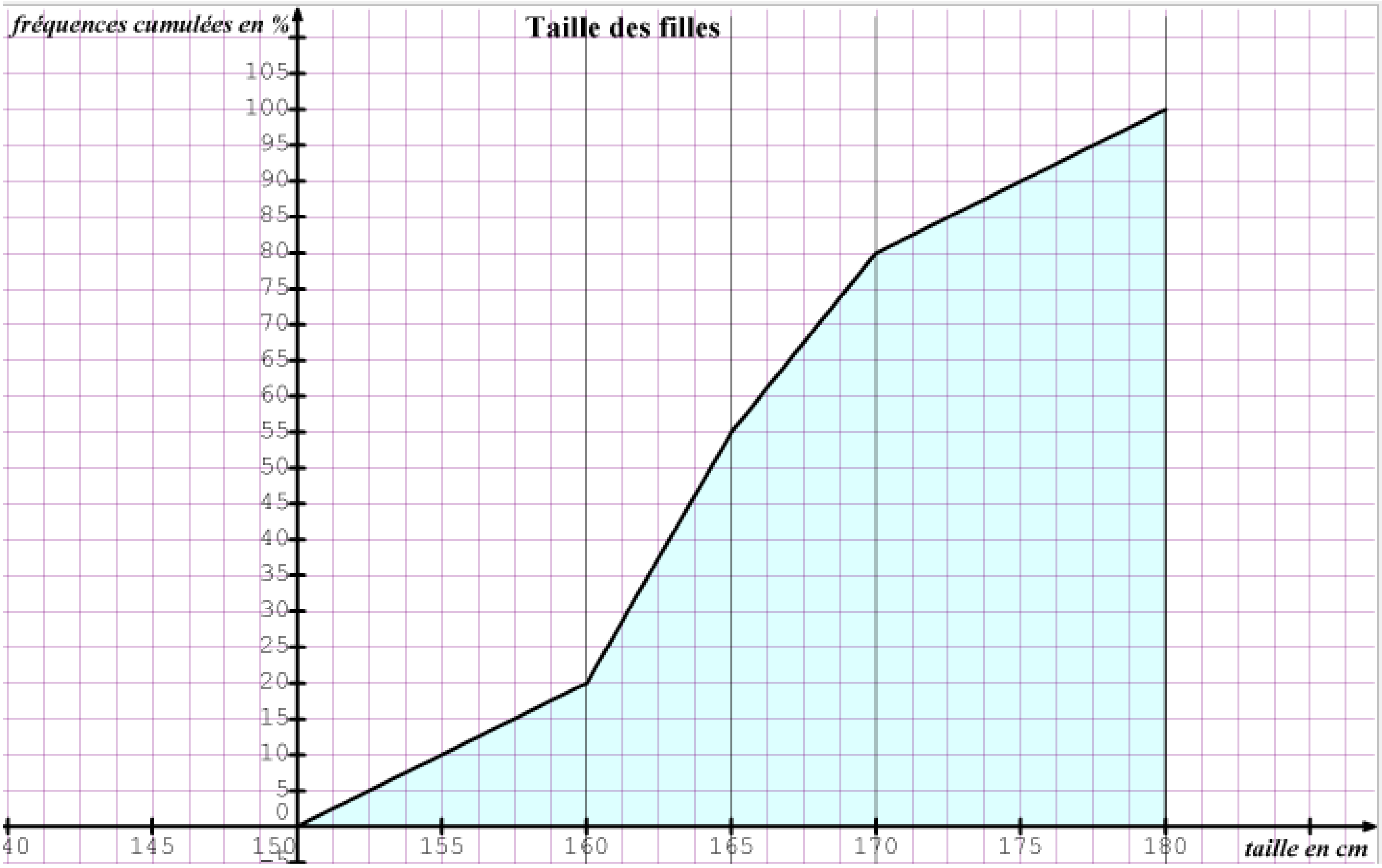
b) Résoudre cette inéquation.

Comme $-5 < 0$, $\frac{-5}{x+4} \leqslant 0$ si et seulement si $x \neq -4$ et $x + 4 \geqslant 0$.

S =]–4 ; +∞[

x	$-\infty$	-4	$+\infty$
-5	$-$	||	$-$
$x+4$	$-$	||	$+$
$\frac{-5}{x+4}$	$+$	||	$-$

Annexe : diagramme des fréquences cumulées croissantes de l'exercice 4



✂…✂

À noter sur votre agenda :

DM10 à rendre le lundi 18 mai 2015 :

34 page 145 ; 39 page 302 ;

43 page 124 : ajouter les questions suivantes

1) on donne $x = 0,5$. Que doit afficher cet algorithme ?

2) on donne $x = 1$. Que doit afficher cet algorithme ?

3) le résultat affiché pour y est : 0,75. Quelle est la valeur de x ?

4) l'algorithme peut-il afficher pour y la valeur 1. Justifier votre réponse.

pour ceux qui demandent une série scientifique : 81 page 217.