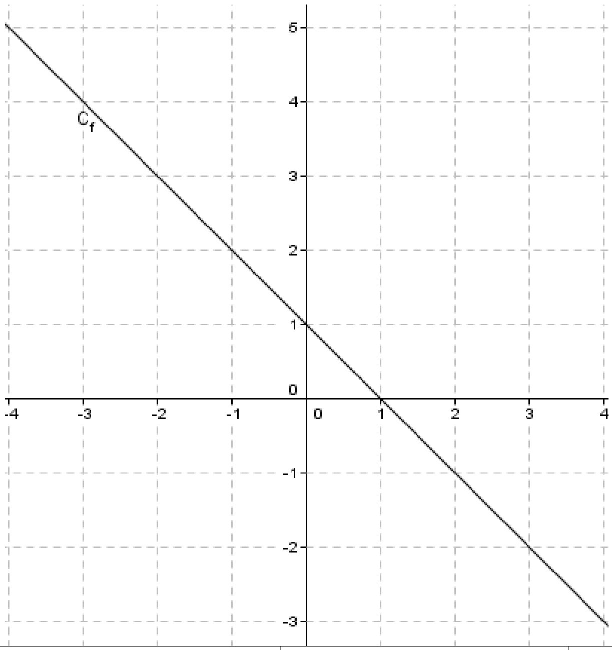
Index

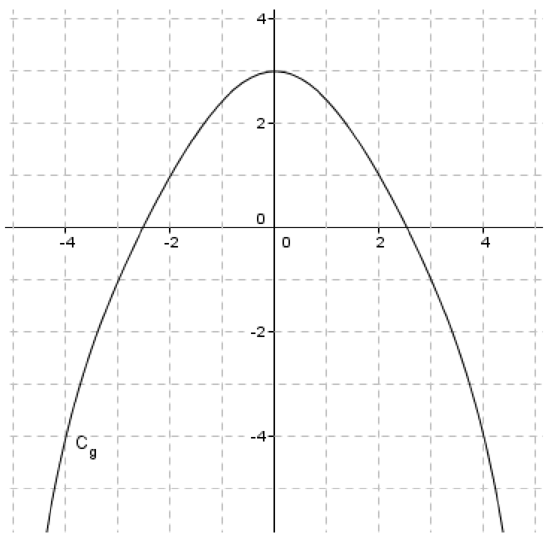
1 page 16

$f(2) = 5$, 5 est l'image de 2 par f.
2 est un antécédent de 5 par f.

2 page 16

1) Lecture graphique :





antécédents (lus en abscisses)	–3	–1	0	2
images par f (lues en ordonnées sur C_f)	4	2	1	–1

antécédents (lus en abscisses)	–3	–1	0	2
images par *g* (lues en ordonnées sur C_g)	–1	2,5	3	1

2) Lecture graphique :

images (lues en ordonnées)	1	3	–2
antécédents par *f* (lus en abscisses sur C_f)	0	–2	3
antécédents par *g* (lus en abscisses sur C_g)	–2 et 2	0	≈ –3,2 et ≈ 3,2

3 page 16

Tableau

x	–3	–2	–1	**0**	**2**	**3**
$f(x)$	2	5	3	1	6	5

1) l'image de –2 par *f* est : 5

l'image de0 par *f* est : 1

l'image de 3 par *f* est : 5

5 n'a pas d'image par *f*.

2) 2 a un antécédent par *f* qui vaut –3

5 a deux antécédents par *f* qui sont –2 et 3

7 n 'a pas d'antécédent par *f*.

5 page 16

1)

1. Choisir un nombre	0	1	$\frac{2}{3}$	x	x
2. Lui ajouter 2	2	3	$\frac{8}{3}$	$2 + x$	
3. multiplier le résultat par le nombre de départ	0	3	$\frac{16}{9}$	$(2 + x)x = 2x + x^2$	*fonction*
4. Soustraire le carré du nombre de départ	0	2	$\frac{12}{9} = \frac{4}{3}$	$2x$	
					$2x$

2) Pour déterminer tous les nombres qui donnent 0, on résout l'équation $2x = 0$.

Le seul nombre qui donne 0 est 0.

7 page 26

L'image de 27 par la fonction $f : x \mapsto -\dfrac{2}{3}x + 1$ est :

$f(27) = -\dfrac{2}{3} \times 27 + 1 = -17$

10 page 26

L'antécédent de 9 par la fonction $f : x \mapsto 1{,}5(x-2)$ est la solution de l'équation

$1{,}5(x-2) = 9$ qui équivaut à $x - 2 = \dfrac{9}{1{,}5} = 6$ qui équivaut à $x = 8$.

L'antécédent de 9 est 8.

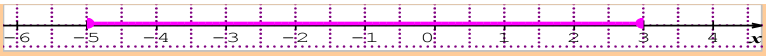
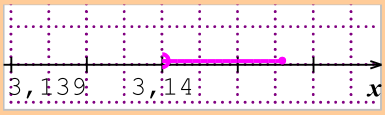
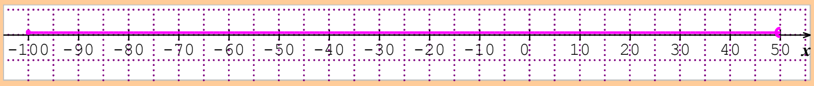
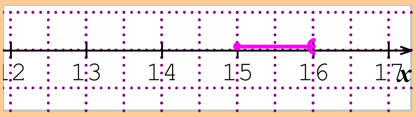
12 page 26

Soit f la fonction définie par : $f : x \mapsto 2(x-3)$

proposition : -12 est un antécédent de -3 par f.

cette proposition est vraie car $f(-3) = 2(-3-3) = 2\times(-6) = -12$

14 page 26

x vérifie	x appartient à	représentation
$-5 < x < 3$	$]-5; 3[$	
$3{,}14 < x \leqslant \pi$	$]3{,}14; \pi]$	
$-100 \leqslant x < 50$	$[-100, 50[$	
$\sqrt{257} > x \geqslant 15$	$[15; \sqrt{257}[$	

16 page 26

1) $-0{,}25 \in]-0{,}3; -0{,}2[$, car, $-0{,}3 < -0{,}25 < -0{,}2$

2) $\sqrt{2} \in]1; 2]$, car, $1 < \sqrt{2} \leqslant 2$

3) $-0{,}199 \in]-0{,}2; -0{,}19[$, car, $-0{,}2 < -0{,}199 < -0{,}19$

4) $\pi \notin [3{,}14; 3{,}141]$, car, $\pi > 3{,}141$

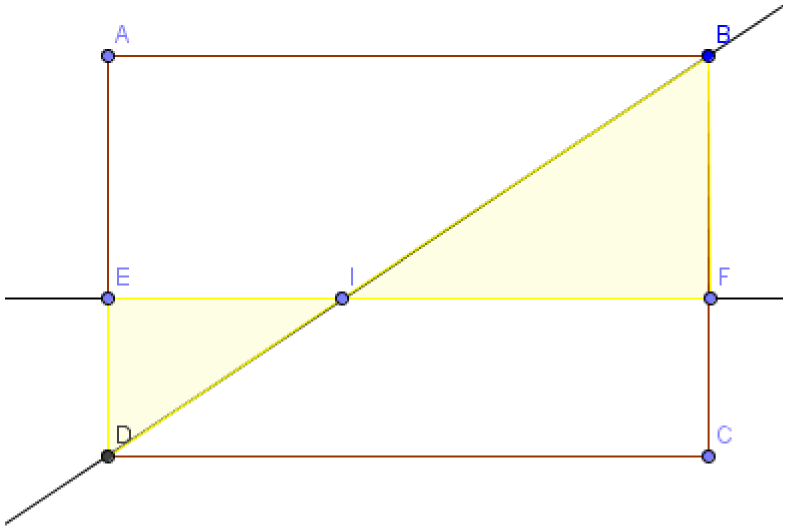
19 page 27

ABCD est un rectangle tel que $AB = 6$ et $AD = 4$.
E est un point du segment [*AD*] et *F* est le point d'intersection de la parallèle à (*CD*) passant par *E* et de (*BC*).

Commentaires:

Bien comprendre l'énoncé. Le point *E* n'est pas fixé.
Le point *E* est mobile.
Le point *E* se déplace sur le segment [*AD*]
Quand *E* se déplace les longueurs varient et on cherche à exprimer certaines longueurs **en fonction de** *ED*.

1) La longueur *ED* varie du minimum 0 lorsque *E* est en *D* au maximum 4 lorsque *E* est en *A*.
$ED \in [0; 4]$



2) a) $BF = BC - FC$, or, $BC = AD = 4$ et $FC = ED$, d'où, $BF = 4 - ED$.

Dans le triangle *DBA* , la droite (*IE*) est parallèle à la droite (*AB*).
$I \in [BD]$ et $E \in [AD]$.

La propriété de Thalès s'applique: $\dfrac{EI}{AB} = \dfrac{DE}{DA}$

Comme $AB = 6$ et $AD = 4$, on obtient: $EI = \dfrac{6 \times DE}{4} = \dfrac{3\,DE}{2}$.

Comme $EF = AB = 6$, on a: $IF = 6 - IE = 6 - \dfrac{3\,DE}{2} = \dfrac{12-3\,ED}{2}$

b) Aire de la surface colorée en jaune

Aire du triangle *EID*: $\mathcal{A}_1 = \dfrac{IE \times ED}{2}$

Aire du triangle *BFI*: $\mathcal{A}_2 = \dfrac{IF \times BF}{2}$

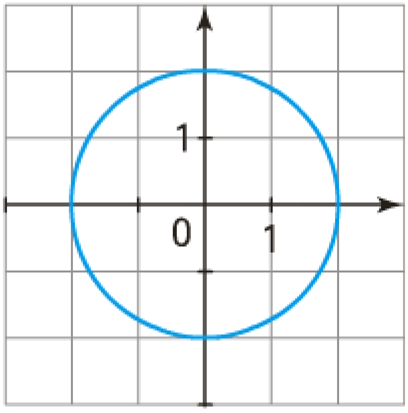
Aire colorée: $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 = \dfrac{IE \times ED}{2} + \dfrac{IF \times BF}{2} =$

$$= \frac{3\times ED\times ED}{2\times 2} + \frac{(12-3\times ED)\times(4-ED)}{2\times 2} =$$

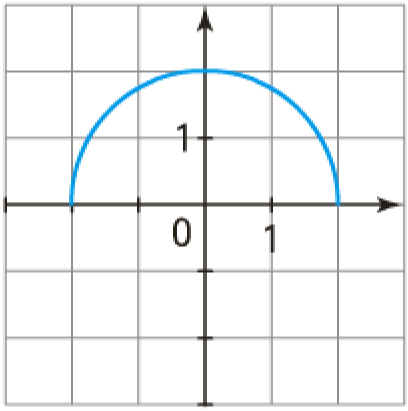
$$= \frac{3\,ED^2+48-12\,ED-12\,ED+3\,ED^2}{4} = \frac{3\,ED^2-12\,ED+24}{2}$$

21 page 27

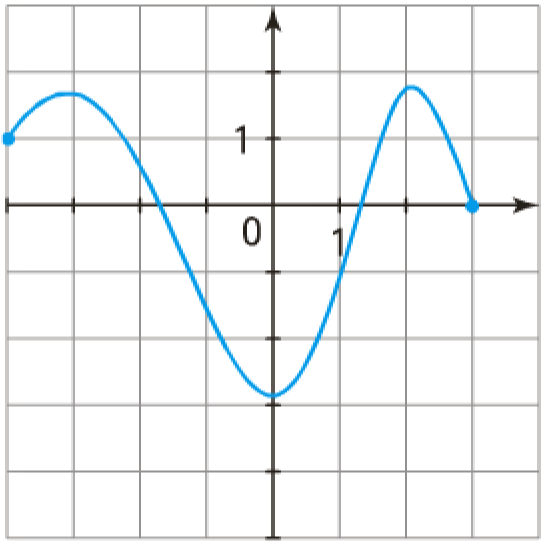
21 Pour chacun des graphiques proposés, indiquer si la courbe peut être la représentation graphique d'une fonction. Si oui, donner son ensemble de définition.



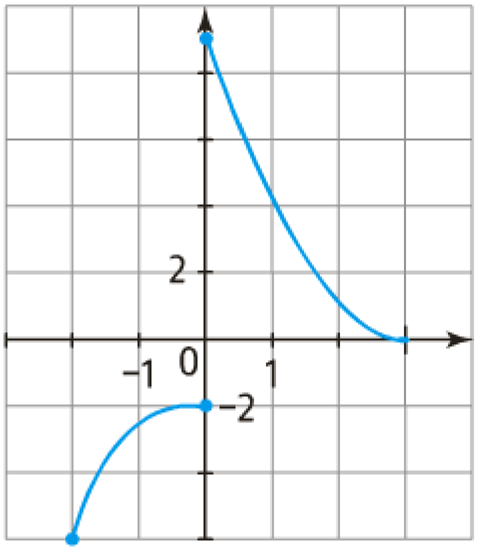
Graphique 1



Graphique 2



Graphique 3



Graphique 4

Le graphique 1 ne représente pas une fonction, car, il existe des points de la courbe ayant la même abscisse.

Par exemple, le point d'abscisse 0 et d'ordonnée 2, et, le point d'abscisse 0 et d'ordonnées –2 sont des points du cercle.

Le nombre 0 ne peut pas avoir deux images différentes par une fonction.

Le graphique 2 représente une fonction définie sur l'intervalle [–2; 2].

En effet, pour n'importe quelle abscisse comprise entre –2 et 2, il existe un et un seul point de la courbe.

Une droite verticale passant par une abscisse comprise entre – 2 et 2 coupe la courbe en un seul point.

Le graphique 3 représente une fonction définie sur l'intervalle [–4; 3].

Voir l'explication du graphique 2

Le graphique 4 ne représente pas une fonction, car, il existe deux points de la courbe ayant la même abscisse.

Le point d'abscisse 0 et d'ordonnée 2, et, le point d'abscisse 0 et d'ordonnées –2 sont des points de la courbe

Le nombre 0 ne peut pas avoir deux images différentes par une fonction.

---

26 page 28

Les informations données par la tableau de valeurs ne permettent pas de conclure pour les questions b), d), f), car, $g\ (x)$ peut prendre n'importe quelle valeur.

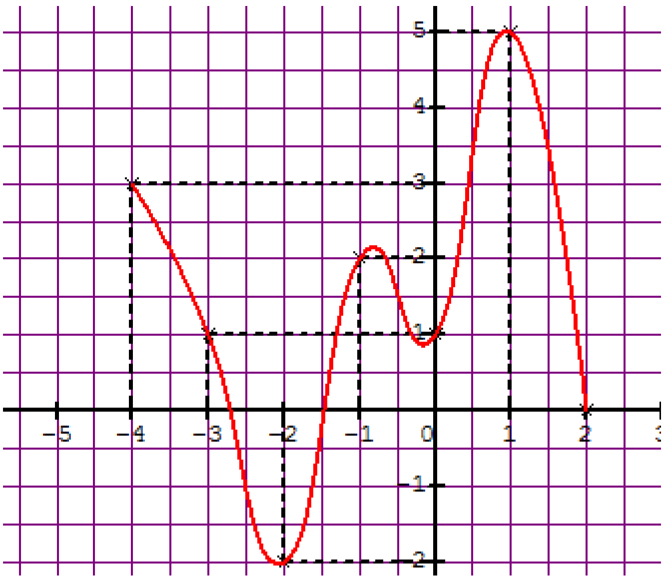
x	–4	–3	–1	**0**	**1**	**3**
$g\ (x)$	3	1	2	1	5	0

affirmations	Vrai-Faux-On ne peut pas savoir	Preuve
a) pour tout $x \in [-4 ; 3]$, $g(x)$ est négatif	FAUX	il existe au moins une valeur de x pour laquelle $g(x)$ est strictement positif . Contre-exemple : $g(-4) = 3$
b) pour tout $x \in [-4 ; 3]$, $g(x)$ est positif	On ne peut pas savoir	les valeurs dans le tableau sont positives, mais, il est possible que $g(x)$ prenne des valeurs négatives, voir le graphique au 2)
c) 0 est un antécédent de 3 par g.	FAUX	0 est un antécédent de 1. (Ne pas confondre avec : 0 est l'image de 3, voir e))
d) 2 admet un unique antécédent par g.	On ne peut pas savoir	Il est possible que $g(x)$ prenne plusieurs fois la valeur 2 ... , voir le graphique au 2)
e) la représentation graphique de g passe par le point $A(3 ; 0)$	VRAI	$g(3) = 0$
f) les antécédents de 1 par g sont -3 et 0	On ne peut pas savoir	Il est possible que $g(x)$ prenne la valeur 1 pour d'autres valeurs de x... , voir le graphique au 2)

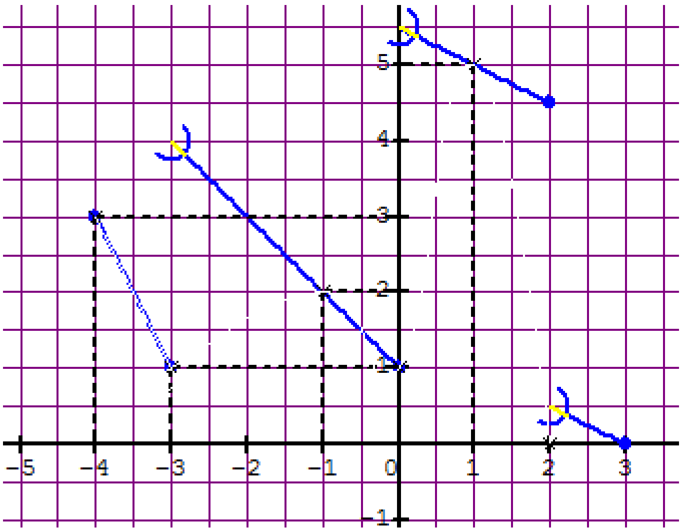
2) Un graphique possible :

Sur ce graphique, toutes les valeurs du tableau sont respectées ...

$g(x)$ prend des valeurs négatives (voir b))
2 a 5 antécédents et non un seul ... (voir d)
1 a 4 antécédents (voir f)

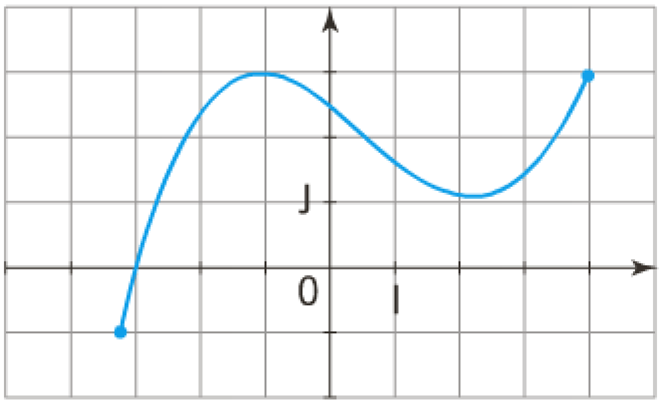


Sur ce deuxième graphique, on voit que b), d), f) sont possibles.



28 page 28 (Un modèle)

28 On considère la fonction f définie sur [−3,25 ; 4] dont la représentation graphique est donnée ci-dessous :



1. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 3$.

2. Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant 0$, puis $f(x) > 0$.

3. Dresser le tableau de signes de f.

1) ***Propriété:*** Les solutions de l'équation $f(x) = 3$ sont les abscisses des points de C_f d'ordonnée 3.

Méthode: on trace la droite (horizontale) d'équation $y = 3$.

Cette droite coupe la courbe représentative en deux points.

On lit sur l'axe des abscisses leurs abscisses.

Conclusion: Par lecture graphique, les solutions de l'équation $f(x) = 3$ sont -1 et 4.

on peut écrire $S_1 = \{-1; 4\}$

2) Propriété: Les solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant 0$ sont les abscisses des points de C_f d'ordonnées négatives ou nulles.

Méthode: on trace la droite (horizontale) d'équation $y = 0$. (axe des abscisses)

On repère la ou les parties de la courbe au-dessous de cette droite ou sur cette droite.

On lit sur l'axe des abscisses les abscisses.

On écrit la solution sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles.

Conclusion: Par lecture graphique, les solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant 0$ sont tous les réels de l'intervalle

$[-3{,}25; -3]$

on peut écrire $S_2 = [-3{,}25; -3]$

Propriété: Les solutions de l'inéquation $f(x) > 0$ sont les abscisses des points de C_f d'ordonnées strictement positives.

Méthode: on trace la droite (horizontale) d'équation $y = 0$. (axe des abscisses)

On repère la ou les parties de la courbe strictement au-dessus de cette droite.

On lit sur l'axe des abscisses les abscisses.

On écrit la solution sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles.

Conclusion: Par lecture graphique, les solutions de l'inéquation $f(x) > 0$ sont tous les réels de l'intervalle

$]-3; 4]$

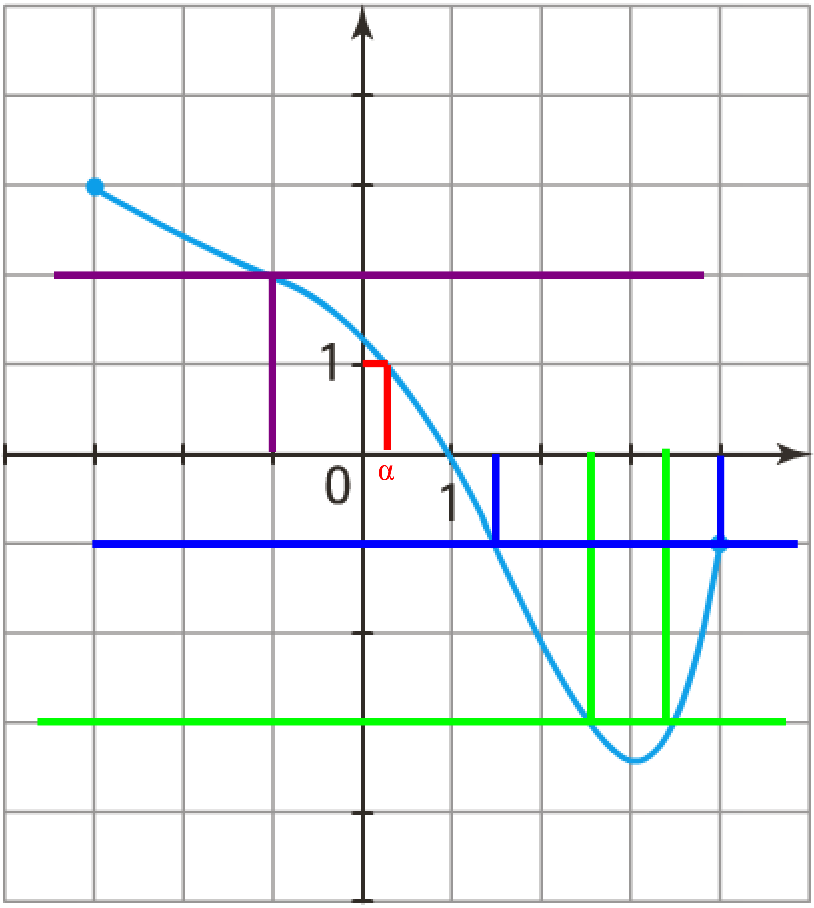
on peut écrire $S_3 =]-3; 4]$

3) Un tableau de signes d'une expression est un tableau dans lequel on résume par un signe (+) ou (–) les intervalles sur lesquels cette expression est soit positive (+), soit négative (–).

x	–3,25		–3		4
f(x)		–	0	+	

Sur ce tableau, on lit que $f(-3) = 0$, que pour tout réel pris entre –3,25 et –3, l'image par f de ce réel est négative, et, que pour tout réel pris entre –3 et 4, l'image par f de ce réel est positive

29 page 28



1) L'équation $f(x) = -3$ a deux solutions: ≈ 2,5 et 3,5 (En vert) $\mathcal{S}_1 = \{\approx 2,5 ; 3,5\}$

L'équation $f(x) = 2$ a une seule solution : –1 (En magenta) $\mathcal{S}_2 = \{-1\}$

(Voir méthode au n° 28).

2) Les nombres qui ont pour image –1 par f sont 1,5 et 4. (en bleu)

On a ainsi résolu l'équation $f(x) = -1$. $\mathcal{S}_3 = \{1,5 ; 4\}$

3) L'inéquation $f(x) < 1$ a pour ensemble solution $\mathcal{S}_4 =]\alpha; 4]$ où $f(\alpha) = 1$ (en rouge)

Une valeur approchée de α est 0,2

L'inéquation $f(x) \geqslant 1$ a pour ensemble solution $\mathcal{S}_5 = [-3; \alpha]$

4) L'inéquation $f(x) \leqslant 0$ a pour ensemble solution $\mathcal{S}_6 = [1;4]$

5) Tableau de signes

x	–3		1		4
$f(x)$		+	0	–	

30 page 28

Les fonctions f et g sont définies par leur représentation graphique C_f et C_g;

D'après le graphique, les fonctions f et g sont définies sur [–3,25; 5]

1) Les solutions de l'inéquation $f(x) < 3$ sont les abscisses des points de C_f d'ordonnée strictement inférieure à 3.

Or, tous les points de C_f ont une ordonnée strictement inférieure à 3.

Conclusion: $S = [-3{,}25; 5]$

Pour la même raison l'ensemble-solution de l'inéquation $g(x) < 3$ est $[-3{,}25; 4]$.

2) Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection des courbes C_f et C_g.

On lit: –3; –1; 2; 4,5

Ensemble des solutions : $\mathscr{S} = \{-3; -1; 2; 4{,}5\}$

3) Les solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$ sont les abscisses des points de C_f strictement en-dessous de C_g.

On lit: $]-3; -1[\cup]2; 4{,}5[$ (Le symbole ∪ se lit ***union***)

Remarque:

Dire que $x \in]-3; -1[\cup]2; 4{,}5[$ signifie que l'on peut prendre le réel x dans $]-3; -1[$ **ou** dans $]2; 4{,}5[$

4) ***Méthode:*** Comparer f et g sur l'intervalle [3; 4] revient à classer les images $f(x)$ et $g(x)$ par intervalles. On lit les intervalles sur lesquels C_f est soit au-dessus, soit au-dessous de C_g.

On peut résumer dans un tableau:

x	–3	–1	2	4
f(x) et g(x)	$f(x) < g(x)$	$f(x) > g(x)$	$f(x) < g(x)$	
Graphique	C_f est au-dessous de C_g	C_f est au-dessus de C_g	C_f est au-dessous de C_g	

Lorsqu'on prend n'importe quelle abscisse entre –3 et –1, la courbe de f, C_f, est en-dessous de la courbe de g, C_g , on a donc: $f(x) < g(x)$.

Lorsqu'on prend n'importe quelle abscisse entre –1 et 2, la courbe de f, C_f, est au-dessus de la courbe de g, C_g , on a donc: $f(x) > g(x)$.

---

52 page 30 logique

I = [1,5 ; 3,2] et J =]1 ; 4[

On demande de démontrer que I est inclus (ou non) dans J.

Raisonnement :

Soit $x \in I$.

On a alors $1{,}5 \leqslant x \leqslant 3{,}2$.

Or, $1 < 1{,}5$ et $3{,}2 < 4$.

On obtient : $1 < 1{,}5 \leqslant x \leqslant 3{,}2 < 4$, c'est-à-dire : $x \in J$.

on a montré : Quelque soit x de I, x appartient à J.

Conclusion : $I \subset J$.

Complément :

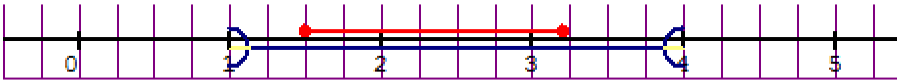
La réciproque est fausse.

On peut trouver au moins un réel de *J* qui n'est pas dans *I*.

Par exemple : 1,2 ∈ J, mais 1,2 ∉ I.

En pratique :

On représente chaque intervalle sur la droite graduée en mettant les bornes dans l'ordre croissant …

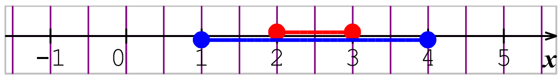


53 page 30

En représentant les intervalles sur la droite graduée, l'inclusion de l'un dans l'autre devient évidente.

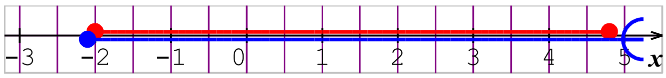
1) Si $x \in [2 ; 3]$ alors $x \in [1 ; 4]$

soit : $[2 ; 3] \subset [1 ; 4]$

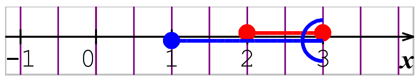


2) Si $x \in [-2 ; 4{,}999\,99]$ alors $x \in [-2{,}1 ; 5[$

soit : $[-2 ; 4{,}999\,99] \subset [-2{,}1 ; 5[$



3) $I = [2 ; 3]$ et $J = [1 ; 3[$

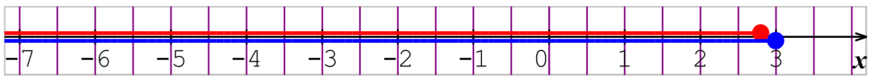


Aucune inclusion de ces deux intervalles,

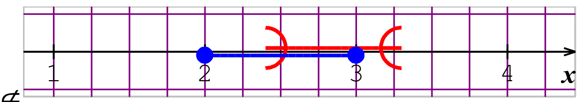
il existe un élément de l'un qui n'est pas dans l'autre. $3 \in I$ mais $3 \notin J$, et, $1 \in J$ mais $1 \notin I$.

4) Si $x \in]-\infty ; 2{,}9]$ alors $x \in]-\infty ; 3]$

soit : $]-\infty ; 2{,}9] \subset]-\infty ; 3]$



5) $I = [2 ; 3]$ et $J =]2{,}6 ; 3{,}1[$



Aucune inclusion de ces deux intervalles,

il existe un élément de l'un qui n'est pas dans l'autre. $2 \in I$ mais $2 \notin J$, et, $3{,}05 \in J$ mais $3{,}05 \notin I$.

6) si $x \in]-2 ; +\infty[$ alors $[-2{,}1 ; +\infty[$

soit : $]-2 ; +\infty[\subset [-2{,}1 ; +\infty[$