Index

17 page 94

Déterminer les images par la **fonction carré** :

réel antécédent	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\sqrt{2}$	$4\sqrt{5}$	$-2\sqrt{3}$	2×10^{-2} $= 0{,}02$
son image	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{25}{144}$	$\frac{1}{2}$	2	80	12	4×10^{-4} $= 0{,}000\,4$

21 page 95

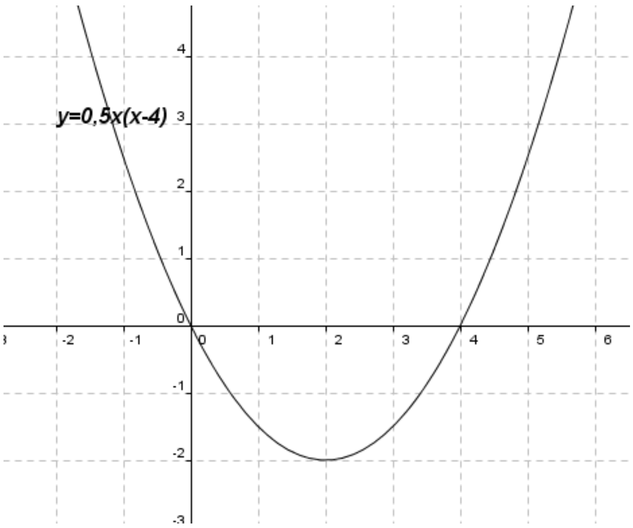
Déterminer les antécédents par la **fonction carré** :

réel	9	64	5	–2	0,49	–100	10²	$10^{-2} = 0{,}02$
antécédents	–3 et 3	–8 et 8	$-\sqrt{5}$ et $\sqrt{5}$	XXX	–0, 7 et 0,7	XXX	–10 et 10	$-10^{-1} = -0{,}1$ et 10^{-1}

80 page 98

Forme factorisée : Lorsque l'équation de la parabole $\mathscr{P}$ est sous la forme $y = a(x - x_1)(x - x_2)$, on sait que la parabole $\mathscr{P}$ coupe l'axe des abscisses en deux points $A(x_1 ; 0)$ et $B(x_2 ; 0)$.

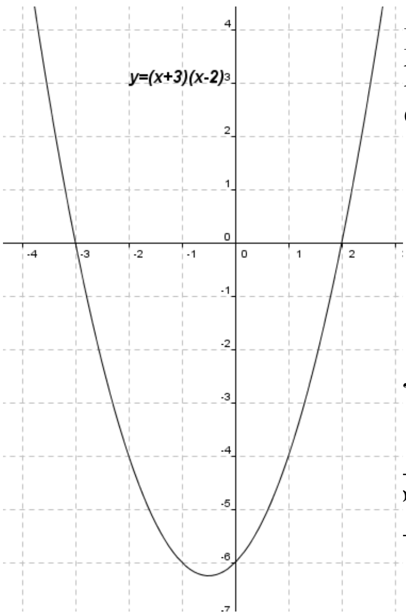
Le signe du coefficient de x^2 permet de savoir dans quel sens est tourné la parabole $\mathscr{P}$.



$\mathscr{P}_3$ est la parabole d'équation $y = 0{,}5x(x - 4)$

Preuve :

Les abscisses des points d'intersection de la parabole et de l'axe des abscisses sont 0 et 4.



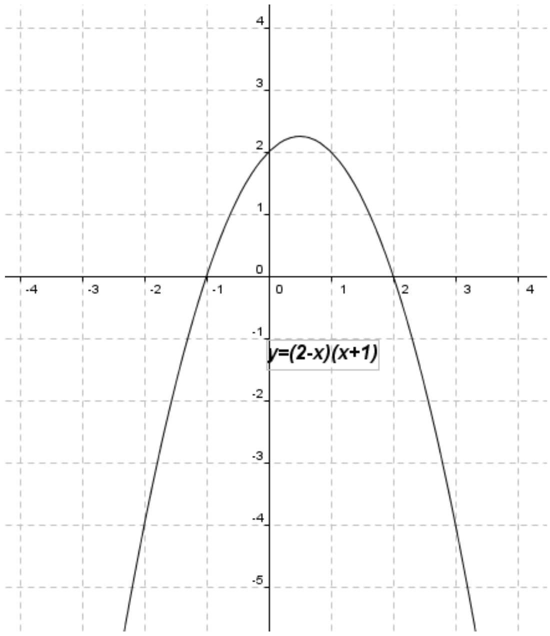
La parabole est tournée vers le haut car le coefficient 0,5 de x^2 est positif.

$\mathscr{P}_1$ est la parabole d'équation $y = (x + 3)(x - 2)$

Preuve :

Les abscisses des points d'intersection de la parabole et de l'axe des abscisses sont –3 et 2

La parabole est tournée vers le haut car le coefficient 1 de x^2 est positif.



$\mathscr{P}_2$ est la parabole d'équation $y = (2 - x)(x + 1)$

Preuve :

Les abscisses des points d'intersection de la parabole et de l'axe des abscisses sont –1 et 2

La parabole est tournée vers le bas car le coefficient –1 de x^2 est négatif.

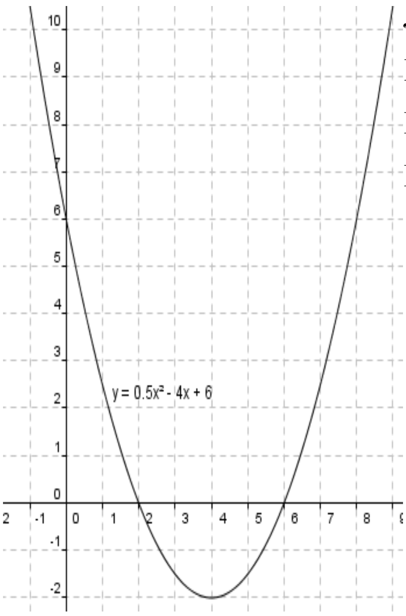
---

81 page 98

Forme développée : Lorsque l'équation de la parabole $\mathscr{P}$ est sous la forme $y = ax^2 + bx + c$,

on sait que la parabole $\mathscr{P}$ coupe l'axe des ordonnées au point $C(0\,;\,c)$.

Le signe du coefficient de x^2 permet de savoir dans quel sens est tourné la parabole $\mathscr{P}$.

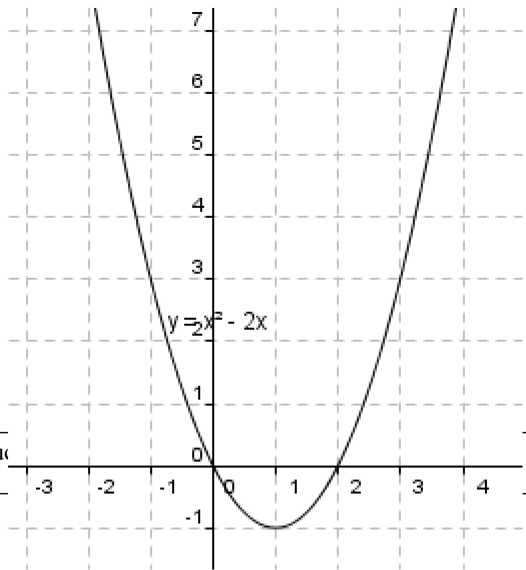


$\mathscr{P}_1$est la parabole d'équation $y = 0{,}5x^2 - 4x + 6$

Preuve :

L'ordonnée du point d'intersection de la parabole et de l'axe des ordonnées est 6.

La parabole est tournée vers le haut car le coefficient 0,5 de x^2 est positif.

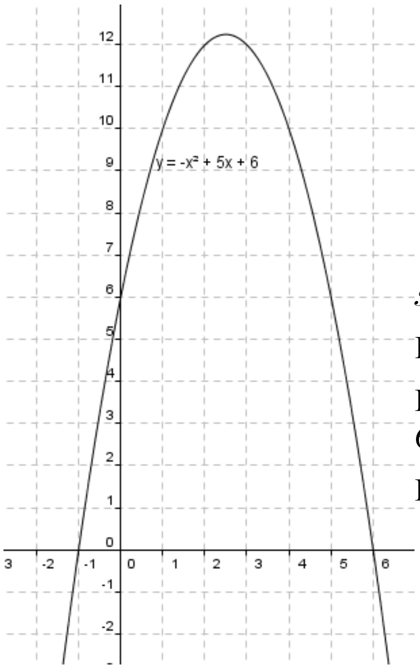


$\mathscr{P}_2$ est la parabole d'équation $y = x^2 - 2x$

Preuve :

L'ordonnée du point d'intersection de la parabole et de l'axe des ordonnées est 0.

La parabole est tournée vers le haut car le coefficient 1 de x^2 est positif.



$\mathscr{P}_3$ est la parabole d'équation $y = -x^2 + 5x + 6$

Preuve :

L'ordonnée du point d'intersection de la parabole et de l'axe des ordonnées est 6.

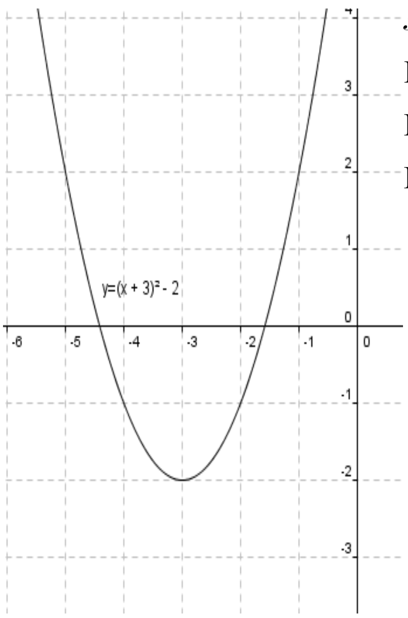
La parabole est tournée vers le bas car le coefficient -1 de x^2 est négatif.

85 page 98

Forme canonique : Lorsque l'équation de la parabole $\mathscr{P}$ est sous la forme $y = a(x - \alpha)^2 + \beta$,

on sait que la parabole $\mathscr{P}$ a pour sommet le point $S(\alpha\ ;\ \beta)$.

Le signe du coefficient de x^2 permet de savoir dans quel sens est tourné la parabole $\mathscr{P}$.

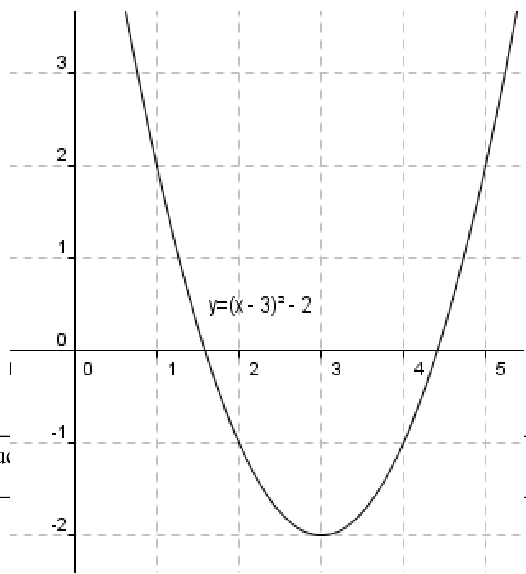


$\mathscr{P}_1$est la parabole d'équation $y = (x + 3)^2 - 2$

Preuve :

L'ordonnée du sommet de la parabole a pour coordonnées $(-3\ ;\ -2)$

La parabole est tournée vers le haut car le coefficient 1 de x^2 est positif.



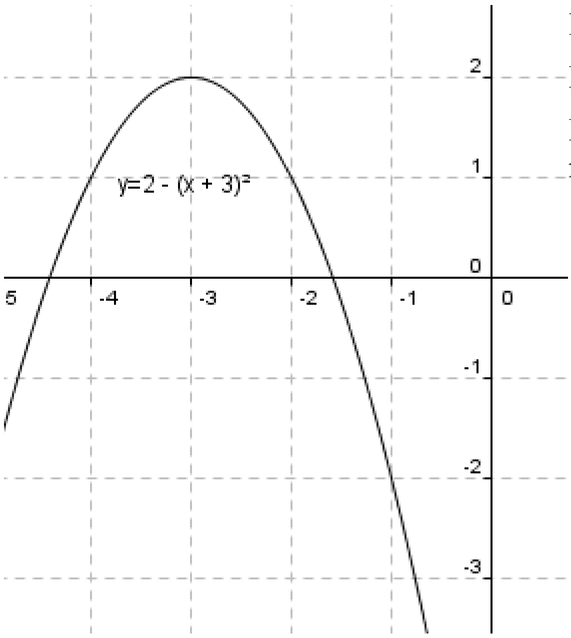
$\mathscr{P}_2$ est la parabole d'équation $y = (x - 3)^2 - 2$

Preuve :

L'ordonnée du sommet de la parabole a pour coordonnées (3 ; –2)

La parabole est tournée vers le haut car le coefficient 1 de x^2 est positif.

$\mathscr{P}_3$ est la parabole d'équation $y = 2 - (x + 3)^2$



Preuve :

L'ordonnée du sommet de la parabole a pour coordonnées (–3 ; 2)

La parabole est tournée vers le bas car le coefficient –1 de x^2 est négatif.

87 page 99 (pour apprendre à analyser une expression algébrique et utiliser au mieux cette expression)

$f(x)$ est présentée sous trois écritures.

Selon le type de calculs, selon ce qui est étudié, les informations apportées par chaque écriture sont différentes.

Forme développée $f(x) = x^2 + 5x - 6$	***Forme factorisée*** $f(x) = (x - 1)(x + 6)$	***Forme canonique*** $f(x) = (x + \frac{5}{2})^2 - \frac{49}{4}$
$f(0) = -6$ (immédiat)	$f(-6) = 0$ (immédiat)	$f(-\frac{5}{2}) = -\frac{49}{4}$ (immédiat)

<table>
<tr>
<td>$f(\sqrt{2}) = 2 + 5\sqrt{2} - 6$
$f(\sqrt{2}) = -4 + 5\sqrt{2}$</td>
<td>$f(\sqrt{3} + 1) = \sqrt{3}(\sqrt{3} + 7)$
$f(\sqrt{3} + 1) = 3 + 7\sqrt{3}$</td>
<td>$f(x) = \frac{15}{4}$
si et seulement si
$(x + \frac{5}{2})^2 - \frac{49}{4} = \frac{15}{4}$
si et seulement si
$(x + \frac{5}{2})^2 = \frac{64}{4} = 16$
si et seulement si
$x + \frac{5}{2} = -4$ ou $x + \frac{5}{2} = 4$
$x = -\frac{13}{2}$ ou $x = \frac{3}{2}$
Les solutions de l'équation $f(x) = \frac{15}{4}$ sont $-\frac{13}{2}$ et $\frac{3}{2}$.</td>
</tr>
<tr>
<td>$f(x) = -6$
si et seulement si
$x^2 + 5x - 6 = -6$
si et seulement si
$x^2 + 5x = 0$
si et seulement si
$x(x + 5) = 0$
si et seulement si
$x = 0$ ou $x = -5$
Les solutions de l'équation $f(x) = -6$ sont 0 et -5.</td>
<td>$f(x) = 0$
si et seulement si
$(x - 1)(x + 6) = 0$
si et seulement si
$x = 1$ ou $x = -6$
Les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont 1 et -6.</td>
<td><table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$5/2$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$\searrow$</td><td>$-49/4$</td><td>$\nearrow$</td></tr></table></td>
</tr>
</table>

IMPORTANT : Pour résoudre les équations, on choisit la forme qui permet d'utiliser la règle :

Un **produit est nul** si et seulement si ...

On doit avoir les deux conditions : nul (donc ramener à 0)
produit (donc factoriser ...)

---

111 page 101

Dans cet exercice , on nous donne la forme canonique de f, et, on cherche la forme factorisée.

Dans les quatre cas, on doit reconnaître $a^2 - b^2 =$ …....................................

a) $f(x) = (x - 3)^2 - 25$ de la forme $a^2 - b^2$ avec $a = x - 3$ et $b = 5$

$f(x) = [(x - 3) + 5][(x - 3) - 5] = (x + 2)(x - 8)$

b) $f(x) = 4(x - 2)^2 - 9$ de la forme $a^2 - b^2$ avec $a = 2(x - 2)$ et $b = 3$

$f(x) = [2(x - 2) + 3][2(x - 2) - 3] = (2x - 1)(2x - 7)$

c) $f(x) = (x + 1)^2 - 2$ de la forme $a^2 - b^2$ avec $a = x + 1$ et $b = \sqrt{2}$.

$f(x) = [(x + 1) + \sqrt{2}][(x + 1) - \sqrt{2}] = (x + 1 + \sqrt{2})(x + 1 - \sqrt{2})$

d) $f(x) = 5 - (2x - 3)^2$ de la forme $a^2 - b^2$ avec $a = \sqrt{5}$ et $b = 2x - 3$.

$f(x) = [\sqrt{5} + (2x - 3)][\sqrt{5} - (2x - 3)] = (2x + \sqrt{5} - 3)(-2x + \sqrt{5} + 3)$

112 page 101

a) $f(x) = (x + 5)^2 - (2x - 7)^2$ de la forme $a^2 - b^2$ avec $a = x + 5$ et $b = 2x - 7$

$f(x) = [(x + 5) + (2x - 7)][(x + 5) - (2x - 7)] = (3x - 2)(-x + 12)$

b) $f(x) = 4(x + 1)^2 - 9x^2$ de la forme $a^2 - b^2$ avec $a = 2(x + 1)$ et $b = 3x$.

$f(x) = [2(x + 1) + 3x][2(x + 1) - 3x] = (5x + 2)(-x + 2)$

c) $f(x) = -4x^2 + 4x - 1 = -(4x^2 - 4x + 1) = -(2x - 1)^2$ Reconnaître : $a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = 2x$ et $b = 1$

d) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(x^2 + 2x + 1) = \frac{1}{2}(x + 1)^2$ Reconnaître : $a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = x$ et $b = 1$

113 page 101

Soit la fonction f définie par $f(x) = (x + 1)(x - 8) + (x - 4)(x - 2)$

1) On ne sait pas factoriser cette écriture de $f(x)$. Il n'y a ni facteur commun, ni identités remarquables.

2) $f(x) = x^2 + x - 8x - 8 + x^2 - 2x - 4x + 8 = 2x^2 - 13x$.

3) $f(x) = x(2x - 13)$