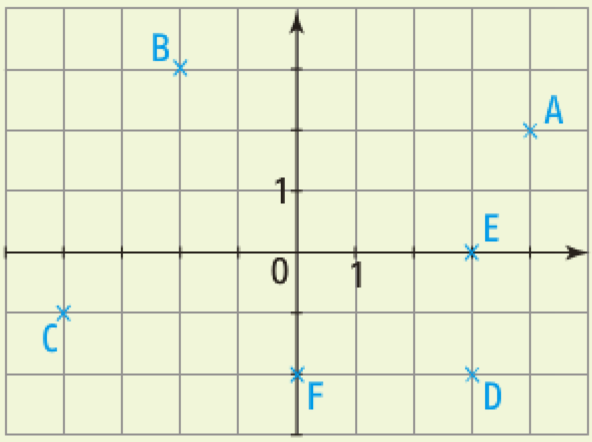
Index

1 page 156 et compléments....1
2 page 156....2
Activité 1 page 157....3
Activité 3 page 157....5
31 page 168....6
36 page 168....7
52 page 169 et suivants....7
59 page 169....9
64 page 169....10
65 page 170....11
66 page 170....12
69 page 170....12
70 page 170....12
71 page 170....13
83 page 171....14

1 page 156 et compléments

1 Lire les coordonnées d'un point

Lire les coordonnées des points A, B, C, D, E et F placés dans le repère ci-dessous :



$A(4\ ;2)$

$B(-2\ ;3)$

$C(-4\ ;-1)$

$D(3\ ;-2)$

$E(3\ ;0)$

$F(0.\ -2)$

Questions complémentaires :

1) Calculer les coordonnées de

I milieu du segment [*AB*]

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} x_I = \dfrac{4-2}{2} = 1 \\ y_I = \dfrac{2+3}{2} = \dfrac{5}{2} \end{cases}$$

J milieu du segment [*BD*] $\begin{cases} x_J = \dfrac{x_B + x_D}{2} = \dfrac{1}{2} \\ y_I = \dfrac{y_B + y_D}{2} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

2) Sachant que les carreaux font 5×5 (en mm)

calculer en cm les longueurs des segments [*AB*], [*BD*], [*AD*]

Méthode : On construit un triangle rectangle d'hypoténuse [*AB*] et on applique le théorème de Pythagore

Unité : le carreau

$AB^2 = 6^2 + 1^2 = 36 + 1 = 37$ $AB = \sqrt{37}$ (carreau)

$BD^2 = 5^2 + 5^2 = 50$ $BD = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ (carreau)

$AD^2 = 1^2 + 4^2 = 17$ $AD = \sqrt{17}$ (carreau)

Unité : centimètre

$AB = \dfrac{\sqrt{37}}{2}$ cm $BD = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ cm $AD = \dfrac{\sqrt{17}}{2}$ cm

Le triangle *ABD* est-il un triangle rectangle ?

$AB^2 = \dfrac{37}{4}$, $BD^2 = \dfrac{50}{4}$ $AD^2 = \dfrac{17}{4}$

Comme $BD^2 \neq AB^2 + AD^2$ alors le triangle *ABD* n'est pas rectangle (contraposée de Pythagore)

3) Calculer les coordonnées du point *G* tel que *J* est le milieu du segment [*AG*].

Comme *J* est le milieu de [*AG*]

$\begin{cases} x_J = \dfrac{x_A + x_G}{2} \\ y_J = \dfrac{y_A + y_G}{2} \end{cases}$, on connaît les coordonnées de *J* et de *A*, d'où, les équations suivantes :

$\dfrac{1}{2} = \dfrac{4 + x_G}{2}$ et $\dfrac{1}{2} = \dfrac{2 + y_G}{2}$

On en déduit : $x_G = 1 - 4 = -3$ et $y_G = 1 - 2 = -1$ $G(-3 ; -1)$

Quelle est la nature du quadrilatère *ABGD* ? Puisque les diagonales ont le même milieu *J*, le quadrilatère *ABGD* est un parallélogramme.

---

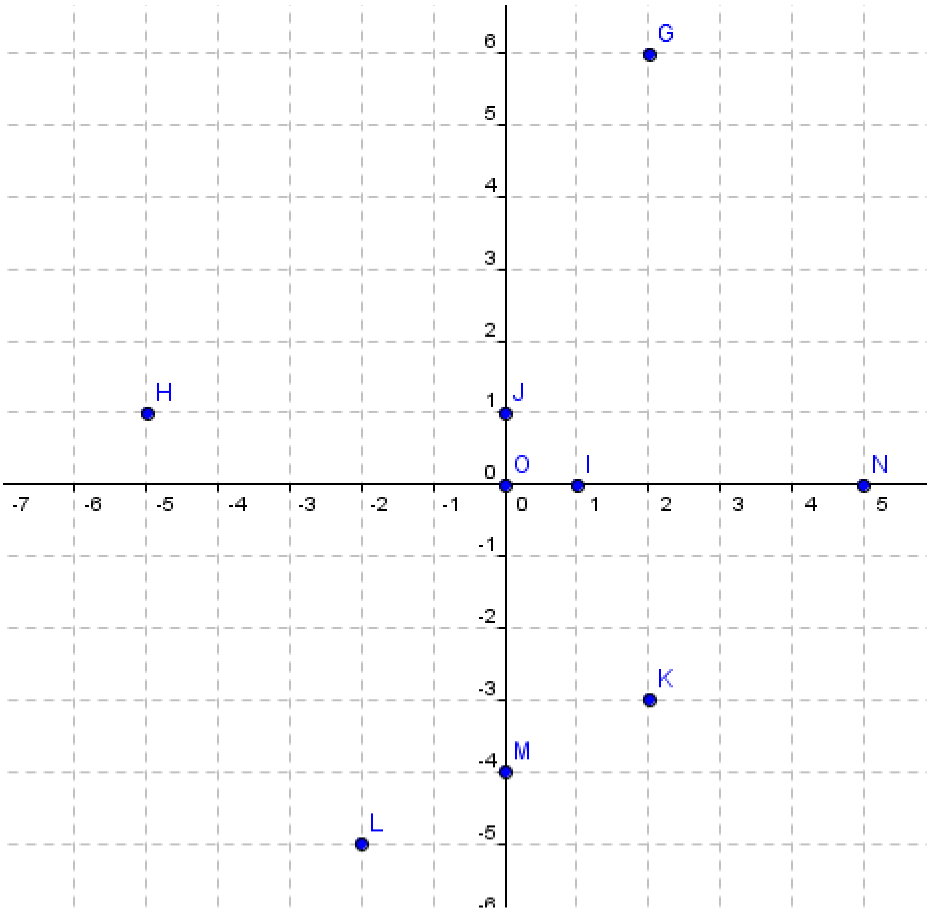
2 page 156

Questions :

1) Combien peut-on former de segments avec deux points distincts de cet énoncé ?

2) On suppose que le côté d'un carreau représente **une** unité

Calculer dans cette unité les mesures de longueurs de tous les segments.



On a six points G, H, K, L, M, N

Le point G peut être relié aux cinq autres points : on a cinq segments à partir de G.

De même avec les autres points, mais, ainsi les segments sont comptés deux fois.

Nombre de segments : $\dfrac{6\times 5}{2} = 15$

Autre calcul : 5 segments à partir du point G, 4 nouveaux segments à partir de H, 3 nouveaux segments à partir de K, 2 nouveaux à partir de L et 1 nouveau à partir de M.

D'où : 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 segments.

GH = $\sqrt{7^2+5^2} = \sqrt{74}$, GK = 9 ; GL = $\sqrt{4^2+11^2} = \sqrt{146}$, GM = $\sqrt{2^2+10^2} = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$,

GN = $\sqrt{3^2+6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$; HK = $\sqrt{7^2+4^2} = \sqrt{65}$; HL = $\sqrt{3^2+6^2} = 3\sqrt{5}$, HM = $\sqrt{5^2+5^2} = 5\sqrt{2}$,

HN = $\sqrt{10^2+1^2} = \sqrt{101}$, KL = $\sqrt{4^2+2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$, KM = $\sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5}$, KN = $\sqrt{3^2+3^2} = 3\sqrt{2}$,

LM = $\sqrt{5}$, LN = $\sqrt{7^2+5^2} = \sqrt{74}$, MN = $\sqrt{5^2+4^2} = \sqrt{41}$

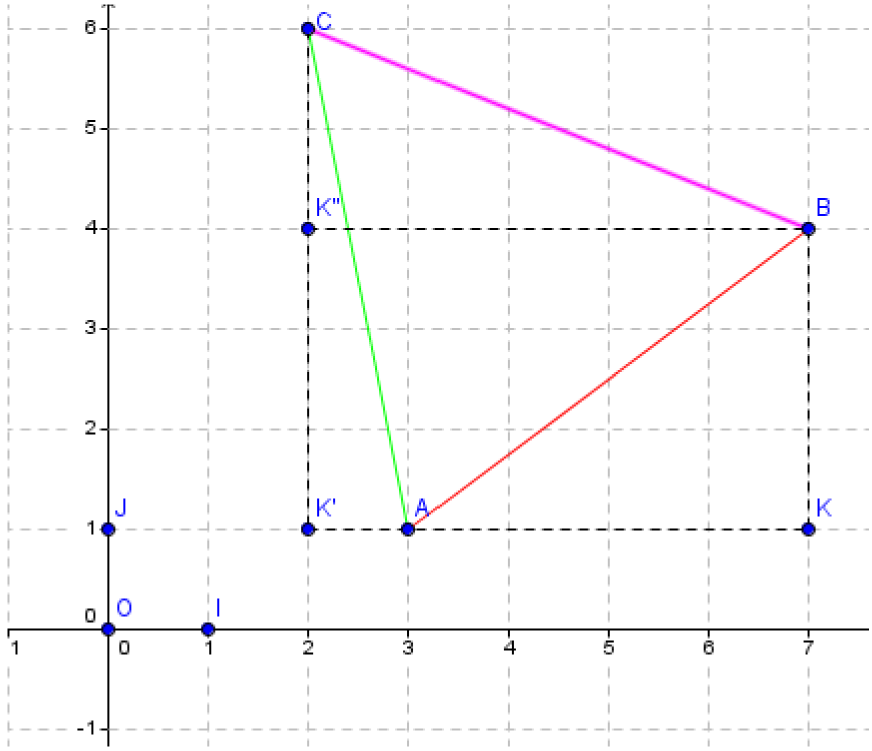
Activité 1 page 157

A- Cas particuliers

1) Placer les points.

Le repère (*O ; I, J*) est orthonormé et l'unité est le centimètre.

$A(3\ ;\ 1)$, $B(7\ ;\ 4)$, $K(7\ ;\ 1)$



2) Le triangle AKB est un triangle rectangle en K.

Preuve : Les points A et K ont la même ordonnée 1, donc, (AK) est parallèle à l'axe des abscisses (OI).

Les points B et K ont la même abscisse 7, donc, (BK) est parallèle à l'axe des ordonnées (OJ).

Comme le repère est orthonormé, les axes sont perpendiculaires.

Par conséquent, les droites (AK) et (BK) sont perpendiculaires en K.

$AK = 7 - 3 = 4$ (cm), $BK = 4 - 1 = 3$ (cm)

En appliquant le théorème de Pythagore, on obtient :

$AB^2 = 4^2 + 3^2 = 25$, donc, $AB = 5$ cm (Nombre positif)

3) Soit $C(2\ ;\ 6)$

En appliquant la même méthode, on a : $AC^2 = (3 - 2)^2 + (6 - 1)^2 = 26$, donc, $AC = \sqrt{26}$ cm.

et $BC^2 = ((7 - 2)^2 + (6 - 4)^2 = 29$, donc, $BC = \sqrt{29}$ cm.

B- Une nouvelle formule ?

1) Dans le cas où les points sont quelconques, la méthode précédente en nommant K le point de coordonnées $(x_B ; y_A)$ donne un triangle AKB rectangle en K.

2) $AK = x_B - x_A$ et $BK = y_B - y_A$ (**dans le cas de la figure proposée**)

3) et 4) Le théorème de Pythagore permet de calculer AB^2

$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

5) Cette formule reste valable dans tous les cas, car, si $x_B - x_A$ (ou $y_B - y_A$ est négatif) la distance AK (ou BK) est $x_A - x_B$ (ou $y_A - y_B$).

Comme le carré de $x_B - x_A$ est égal à celui de $x_A - x_B$, la relation reste valable.

6) $M(4 ; 1)$, $N(1 ; –2)$, $P(2 ; 4)$

$MN^2 = (1 – 4)^2 + (–2 – 1)^2 = 18 = 9 \times 2$, donc, $MN = 3\sqrt{2}$.

$MP^2 = (2 – 4)^2 + (4 – 1)^2 = 13$, donc, $MP = \sqrt{13}$.

$NP = (2 – 1)^2 + (4 – (–2))^2 = 37$, donc, $NP = \sqrt{37}$.

Activité 3 page 157

$\mathscr{C}$ est le cercle de centre O et de rayon 1.

1) ***Rappel :*** la longueur d'un cercle de rayon R est 2πR (= πD où D est la longueur du diamètre).

La longueur du cercle $\mathscr{C}$ est : $l = 2\pi \times 1 = 2\pi$.

2) L'arc $\widehat{IJ}$ fait un quart du cercle : sa longueur est donc égale à $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$.

b)

réels	0	π	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	2π	–2π	$\frac{\pi}{2}$
Points	I	A	B	B	I	I	J

c) au moins cinq réels associés au point :

- I : 0 ; 2π ; 4π ; 6π ; ….. ; –2π ; –4π ; ….
- J : $\frac{\pi}{2}$; $\frac{5\pi}{2}$; $\frac{9\pi}{2}$; … ; $-\frac{3\pi}{2}$; $-\frac{7\pi}{2}$; …
- A : π ; 3π ; 5π ; …. ; –π ; –3π ; –5π ; …
- B : $\frac{3\pi}{2}$; $\frac{7\pi}{2}$; $\frac{11\pi}{2}$; … ; $-\frac{\pi}{2}$; $-\frac{5\pi}{2}$; $-\frac{9\pi}{2}$; …

En règle générale :

si x est un réel associé à un point M du cercle, les réels $x + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ sont aussi associés à ce même point M.

---

31 page 168

Dans un repère orthonormé, $A(-1 ; 4)$, $B(1 ; 1)$, $C(5 ; -5)$.

Rappel : on sait que dans un repère orthonormé, en appliquant le théorème de Pythagore, on a :

$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$.

Application numérique :

$AB^2 = (1 + 1)^2 + (1 - 4)^2 = 13$ donc, $AB = \sqrt{13}$

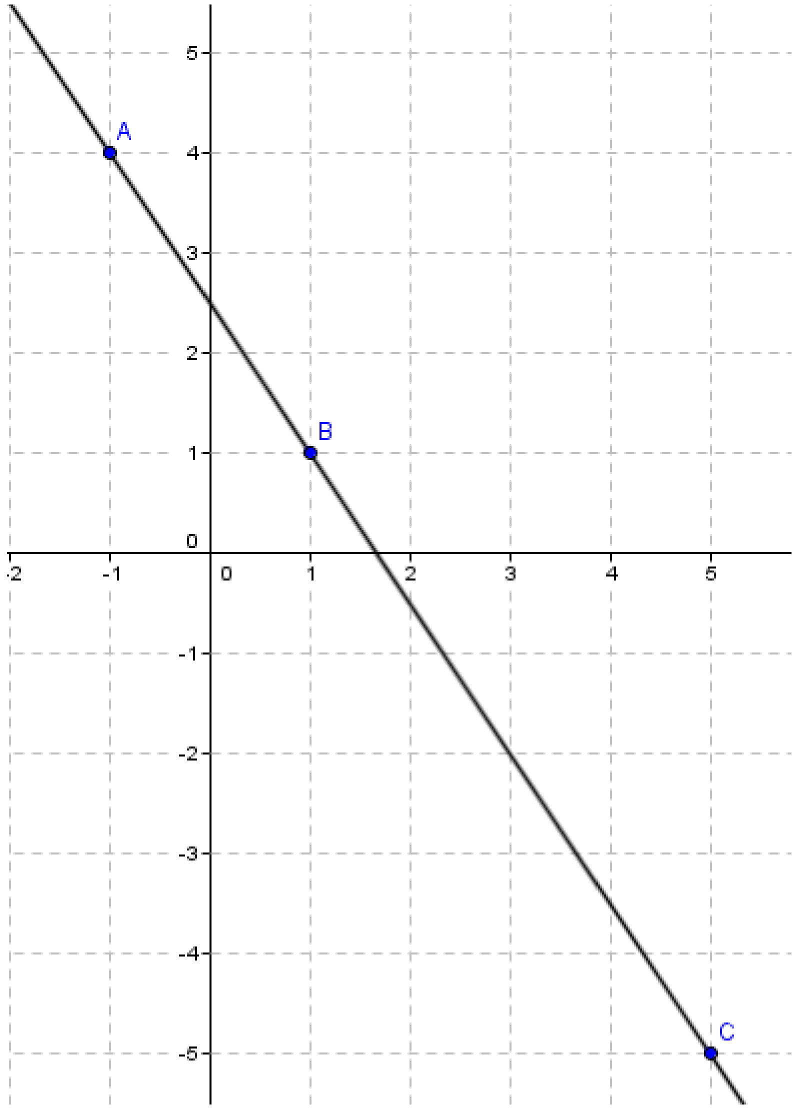
$AC^2 = (5 + 1)^2 + (-5 - 4)^2 = 117$ donc, $AC = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$ *($9 \times 13 = 117$)*

$BC^2 = (5 - 1)^2 + (-5 - 1)^2 = 52$ donc, $BC = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ *($4 \times 13 = 52$)*

2) Comme $AB + BC = \sqrt{13} + 2\sqrt{13} = 3\sqrt{13} = AC$,

les points A, B, C sont alignés dans cet ordre.

(Attention, la figure n'est pas une preuve)



36 page 168

Données : Repère (O, I, J)

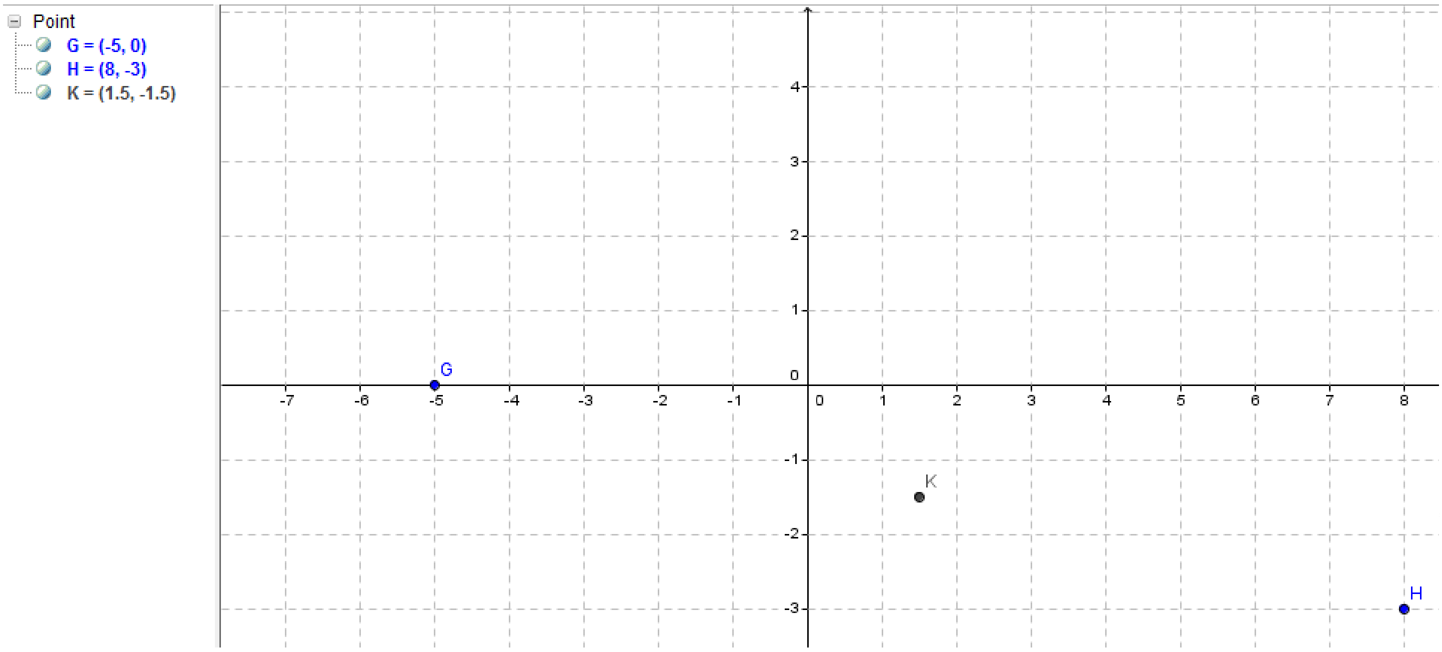
G(–5 ; 0) et H(8 ; –3)

K milieu de [GH]

Calculs : $\begin{cases} x_K = \dfrac{x_G + x_H}{2} = \dfrac{-5+8}{2} = \dfrac{3}{2} \\ y_K = \dfrac{y_G + y_H}{2} = \dfrac{0+(-3)}{2} = \dfrac{-3}{2} \end{cases}$

Conclusion : Les coordonnées de K sont : $\left(\dfrac{3}{2}; -\dfrac{3}{2}\right)$.

Vérification par un graphique :

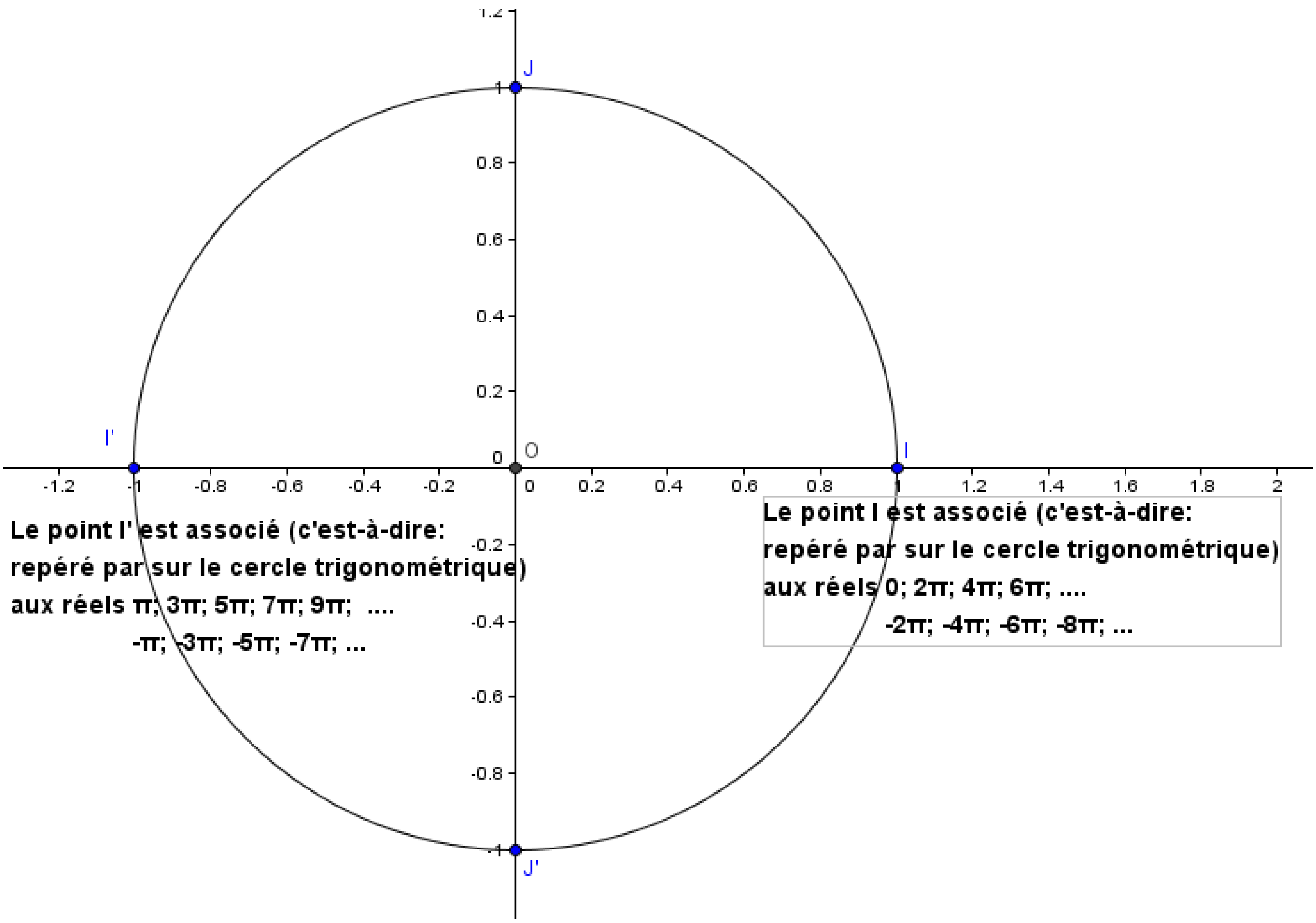


52 page 169 et suivants

a) le point associé à π est le point *I '*.

b) le point associé à 4π est le point *I*.

c) le point associé à –8π est le point *I*.



d) le point associé à 9π est le point *I '*.52 – 53- 54- 55- 56 page 169

Le point *A* est le point du cercle d'abscisse 0,5 et d'ordonnée positive.

Le triangle *OIA* est équilatéral.

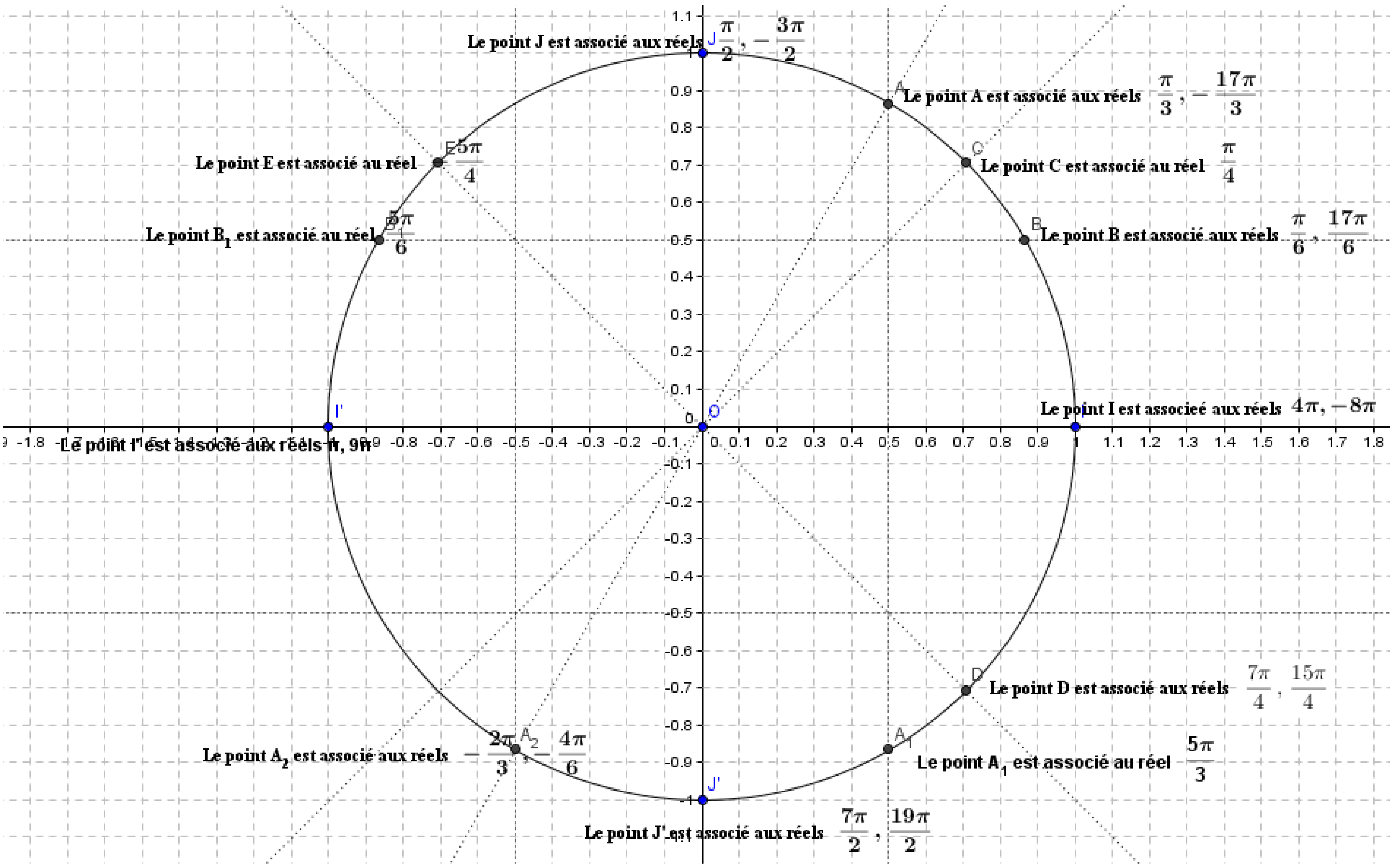
Le point A_1 est le point le point du cercle d'abscisse 0,5 et d'ordonnée négative.

Le point A_2 est diamétralement opposé au point A_1 .

Les points *C*, *D* et *E* sont situés sur les bissectrices des angles $\widehat{IOJ}$, $\widehat{J'OI}$.

Le point *B* est le point du cercle d'ordonnée 0,5 et d'abscisse positive.

Le point B_1 est le point du cercle d'ordonnée 0,5 et d'abscisse négative.



59 page 169

a) $-\dfrac{10\pi}{4}$ et $\dfrac{7\pi}{2}$ sont associés au même point du cercle trigonométrique.

Preuve :

En remarquant que $-\dfrac{10\pi}{4} = -\dfrac{5\pi}{2}$, on a :

$$\frac{7\pi}{2} - \left(-\frac{5\pi}{2}\right) = \frac{7\pi + 5\pi}{2} = 6\pi = 3\times2\pi$$

b) $\dfrac{7\pi}{5}$ et $\dfrac{52\pi}{5}$ ne sont pas associés au même point du cercle trigonométrique (les points sont diamétralement opposés),

en effet,

$$\frac{52\pi}{5} - \frac{7\pi}{5} = \frac{45\pi}{5} = 9\pi = 4\times2\pi + \pi$$ (9π n'est pas un multiple de 2π)

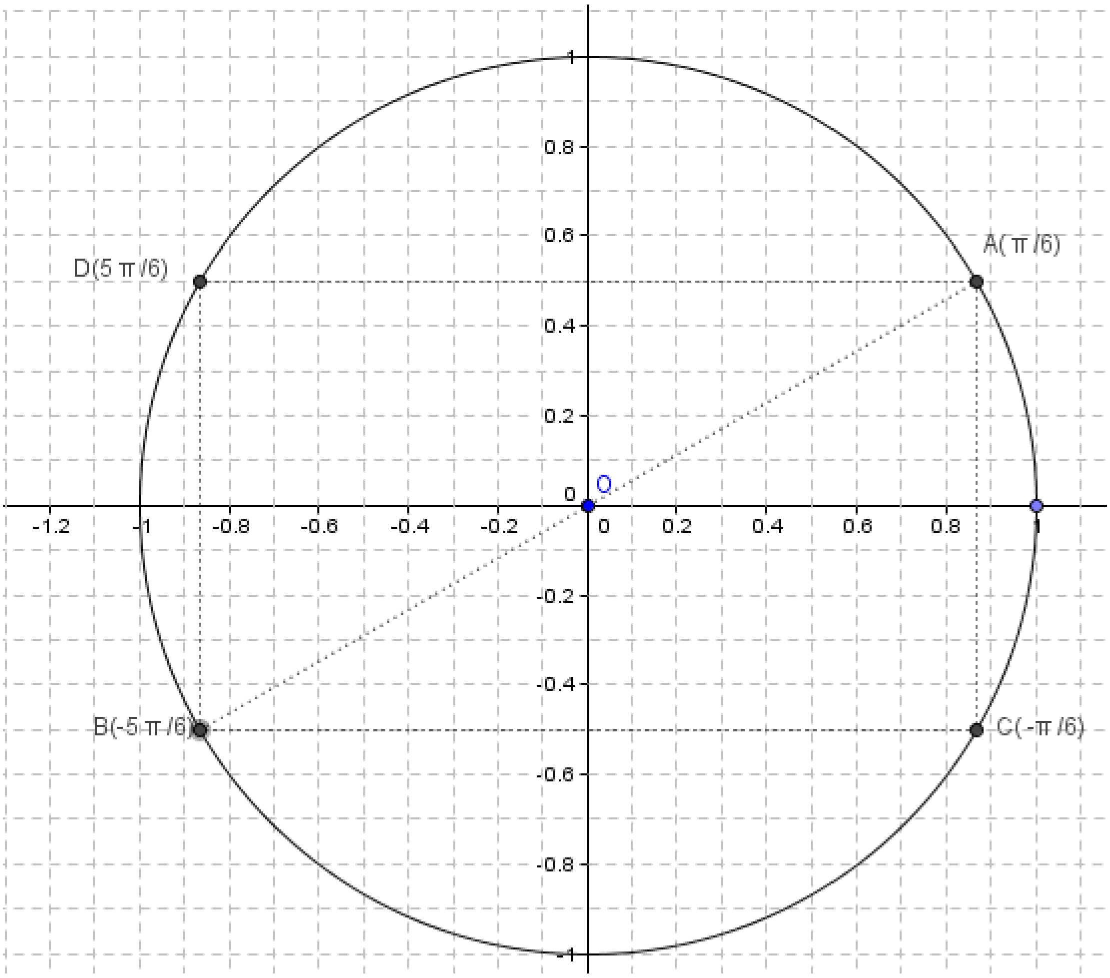
c) π et -11π sont associés au même point du cercle trigonométrique,

car, on peut écrire : $-11\pi = \pi + (-6)\times2\pi$.

d) $\frac{14\pi}{6}$ et $\frac{79\pi}{3}$ sont associés au même point du cercle trigonométrique,

car, $\frac{14\pi}{6} = \frac{7\pi}{3}$ et, $\frac{7\pi}{3} + 7\times2\pi = \frac{7\pi+72\pi}{3} = \frac{79\pi}{3}$.

64 page 169



1) Le symétrique B de A par rapport à O est obtenu en faisant un demi-tour supplémentaire :

des réels associés à B : $\frac{\pi}{6} + \pi = \frac{7\pi}{6}$; $\frac{\pi}{6} - \pi = -\frac{5\pi}{6}$, tous les réels qui peuvent s'écrire $\frac{7\pi}{6} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ ou $-\frac{5\pi}{6} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$.

2) Le symétrique C de A par rapport à (OI) est obtenu en tournant dans le sens opposé :

des réels associés à C : $-\frac{\pi}{6} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$.

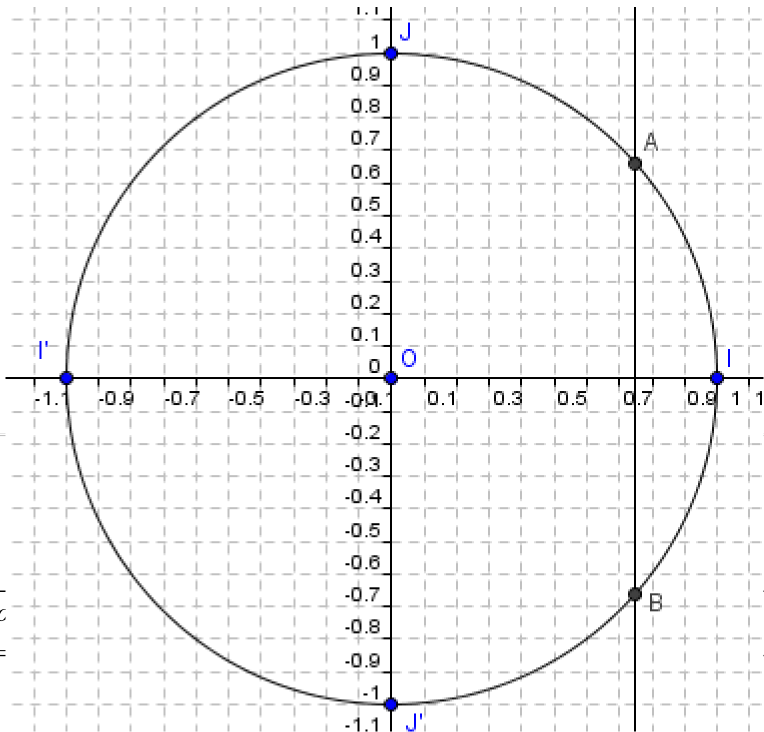
3) Le symétrique D de A par rapport à (OJ) est obtenu en retranchant un arc de longueur $\widehat{IA}$ à partir du point I' repéré par π:

des réels associés à D : $\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

tous les réels qui peuvent s'écrire $\frac{5\pi}{6} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$.

65 page 170

1) construction



2) Il existe deux points A et B sur le cercle associés au réel x sachant que cos x = 0,75

3) Si sin $x > 0$, le point associé au réel x est sur l'arc $\overset{\frown}{IJ}$

Point A sur la figure

---

66 page 170

x est un réel associé à un point M du cercle trigonométrique.

a) Lorsque $M \in \overset{\frown}{IJ}$, $\begin{cases}\sin(x) \geqslant 0 \\ \cos(x) \geqslant 0\end{cases}$

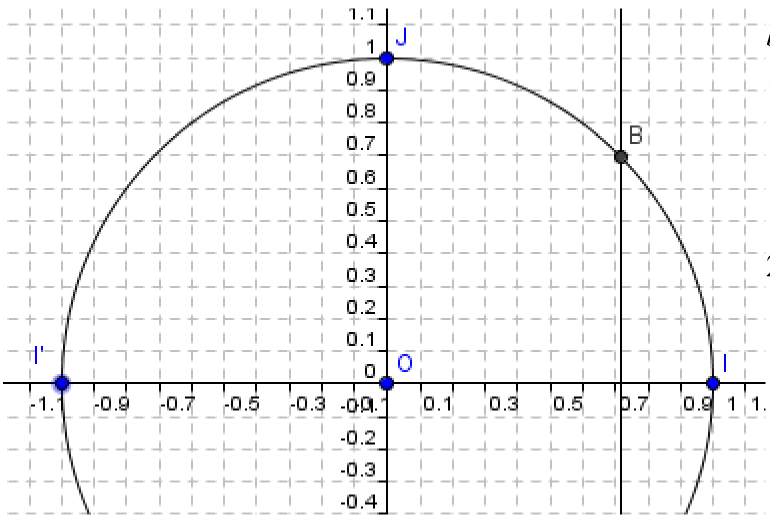
b) Lorsque $M \in \overset{\frown}{JI'}$, $\begin{cases}\sin(x) \geqslant 0 \\ \cos(x) \leqslant 0\end{cases}$

c) Lorsque $M \in \overset{\frown}{I'J'}$, $\begin{cases}\sin(x) \leqslant 0 \\ \cos(x) \leqslant 0\end{cases}$

d) Lorsque $M \in \overset{\frown}{J'I}$, $\begin{cases}\sin(x) \leqslant 0 \\ \cos(x) \geqslant 0\end{cases}$

---

69 page 170



$b \in \left[0\,;\frac{\pi}{2}\right]$ et cos b = $\frac{5}{7}$

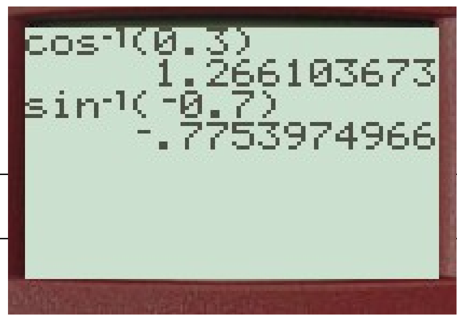
1) Le point B est sur l'arc tel que son abscisse vaut $\frac{5}{7}$.

2) sin $b > 0$ et (sin b)² = 1 – $\left(\frac{5}{7}\right)^2$ = $\frac{49-25}{49}$ = $\frac{24}{49}$, d'où, sin b = $\sqrt{\frac{24}{49}}$ = $\frac{2\sqrt{6}}{7}$

---

70 page 170

La calculatrice est en mode RADIAN.



a) cos x = 0,3 et $x \in [0;\ \pi]$

$1,26 < x < 1,27$

$x \approx 1,27$ (valeur arrondie au centième)

Complément : Puisque $(\sin x)^2 + (\cos x)^2 = 1$, on a :

$(\sin x)^2 = 1 - 0,3^2 = 1 - 0,09 = 0,91$

Comme $x \in [0 ; \pi]$, $\sin x \geqslant 0$, d'où, $\sin x = \sqrt{0,91}$

b) $\sin x = -0,7$ et $x \in \left[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right]$

$-0,78 < x < -0,77$

$x \approx -0,78$ (valeur arrondie au centième)

Complément : Puisque $(\sin x)^2 + (\cos x)^2 = 1$, on a :

$(\cos x)^2 = 1 - (-0,7)^2 = 1 - 0,49 = 0,51$

Comme $x \in \left[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right]$, $\cos x \geqslant 0$, d'où, $\cos x = \sqrt{0,51}$

---

71 page 170

a) $\cos x = -0,7$ et $x \in [-\pi; 0]$

La valeur lue sur la calculatrice est comprise entre 0 et π.

La valeur cherchée est l'opposé de la valeur affichée: $-2,35 < x < -2,34$

$x \approx -2,35$ (valeur arrondie au centième)

Complément : Puisque $(\sin x)^2 + (\cos x)^2 = 1$, on a :

$(\sin x)^2 = 1 - (-0,7)^2 = 1 - 0,49 = 0,51$

Comme $x \in [-\pi; 0]$, $\sin x \leqslant 0$, d'où, $\sin x = -\sqrt{0,51}$

b) $\sin x = -0,6$ et $x \in \left[\frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2}\right]$

La valeur lue sur la calculatrice est comprise entre $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$.

La valeur cherchée est égale à π – valeur affichée: $3,78 < x < 3,79$

$x \approx 3,79$ (valeur arrondie au centième)

Complément : Puisque $(\sin x)^2 + (\cos x)^2 = 1$, on a :

$(\cos x)^2 = 1 - (-0,6)^2 = 1 - 0,36 = 0,64$

Comme $x \in \left[\frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2}\right]$, $\cos x \leqslant 0$, d'où, $\cos x = -\sqrt{0,64} = -0,8$

---

83 page 171

1) Lire les coordonnées de A dans le repère (O, I, J)

Méthode: on trace un parallélogramme qui s'appuie sur les axes (OI) et (OJ) tel que (OA) est la diagonale de ce parallélogramme. (Les côtés du parallélogramme sont parallèles aux axes.)

$A(4; 1)$

2) $B(-3; 3)$, $C((-2; -2)$, $D(4; -2)$, $E(3; 3)$

3) $F(3; 5)$, $G(-4; -2)$, $H(6; -5)$