

## Index

I- Premières observations dans l'espace:.....	2
I-1- Patrons de cube.....	2
I-1-1- Un cube .....	2
I-1-2- Des patrons?.....	2
I-1-3- Surface .....	3
I-1-4- Volume.....	3
I-1-5- Numéroté un dé.....	3
I-2- un parallélépipède rectangle .....	4
I-2-1- Dessin en perspective.....	4
I-2-2- Surface.....	4
I-2-3- Volume.....	4
I-2-4- Représenter en vraie grandeur.....	4
I-3- Prisme droit.....	4
I-3-1- Dessin en perspective.....	4
I-3-2- Observations.....	4
I-4- Observations à partir d'un cube tronqué.....	4
I-4-1 Un tétraèdre.....	5
Définition:.....	5
I-4-2- Calculs de volumes.....	5
I-4-3- Encore un patron.....	6
II- Position relative de droites: droites coplanaires, sécantes, parallèles.....	6
II-1- Des définitions.....	6
II-1-1- Coplanaires.....	6
II-1-2- Droites sécantes.....	6
Question:.....	6
II-1-3- Droites parallèles.....	6
Résumé.....	6
II-2 Exercice.....	6
III- Position relative de droites et plans.....	8
III-1- Des définitions.....	8
III-1-1- Droite et plan sécants.....	8
III-1-2- Droite et plan parallèles.....	8
III-2 Exercice.....	8
IV- Positions relatives de deux plans.....	9
IV-1- Des définitions.....	9
IV-1-1- Plans parallèles.....	9
IV-1-2- Plans sécants.....	9
IV-2 Propriétés.....	9
IV-3- Pour montrer que deux plans sont parallèles.....	9
IV-4- Le théorème du toit.....	10
IV-5- Exercice.....	10
IV-5-1.....	10
IV-5-2.....	10

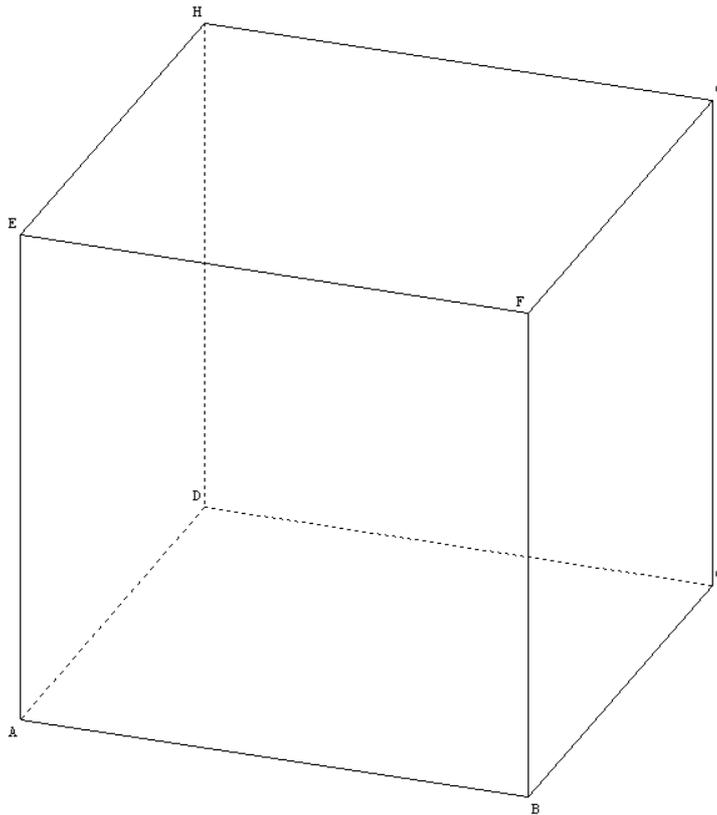
## I- Premières observations dans l'espace:

### I-1- Patrons de cube

#### I-1-1- Un cube

Voici un cube  $ABCDEFGH$  d'arête 2 cm.

Construire deux patrons différents de ce cube et marquer le nom des sommets sur ces patrons.

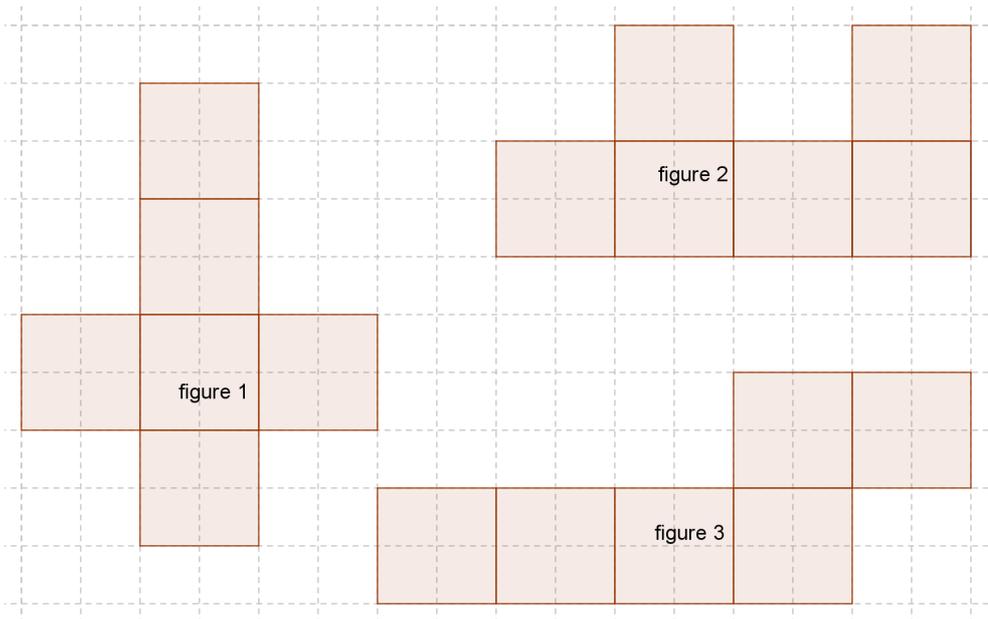


#### I-1-2- Des patrons?

Peut-on construire un cube avec ces trois patrons?

# ESPACE

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*



## I-1-3- Surface

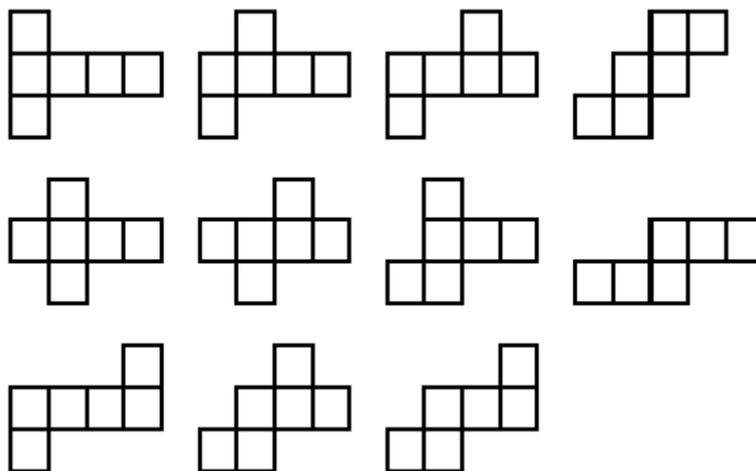
Quelle est la surface de ce cube?

## I-1-4- Volume

Quel est le volume de ce cube?

## I-1-5- Numéroté un dé

Voici tous les patrons possibles d'un cube:



Sur un dé cubique, la somme des numéros des faces opposées vaut 7

Placer les numéros sur les patrons.

## ESPACE

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

### I-2- un parallélépipède rectangle

#### I-2-1- Dessin en perspective

Représenter un parallélépipède rectangle (ou pavé droit)  $ABCDEFGH$  de dimensions  $AB = 6$ ,  $AD = 4$ ,  $AE = 3$ .

#### I-2-2- Surface

Quelle est la surface de ce pavé?

#### I-2-3- Volume

Quel est le volume de ce pavé?

#### I-2-4- Représenter en vraie grandeur

Placer le point  $I$  milieu de  $[FG]$

Représenter en vraie grandeur les triangles  $BFI$ ,  $EFI$  et  $AEI$ .

Calculer les longueurs  $BI$ ,  $EI$  et  $AI$ .

### I-3- Prisme droit

#### I-3-1- Dessin en perspective

Représenter sur une feuille un prisme droit  $ABCDEF A'B'C'D'E'F'$  de base un hexagone régulier:  $ABCDEF$ .

#### I-3-2- Observations

Répondre aux questions suivantes:

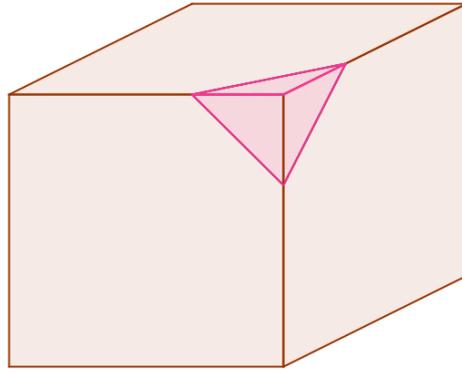
	A	B	C	D
1) La droite $(BB')$ est parallèle à :	$(EF')$	$(A'F)$	$(EE')$	$(FF')$
2) La droite $(BC)$ est parallèle à :	$(FE)$	$(B'D')$	$(B'C')$	$(A'D')$
3) La droite $(B'C)$ est sécante à :	$(B'E)$	$(ED)$	$(EE')$	$(BC)$
4) Le quadrilatère $A'D'CB$ est un	rectangle	losange	trapèze	carré
5) Le plan $(ABB')$ est parallèle à:	$(FEE')$	$(BCB')$	$(EDD')$	$(ECC')$
6) les triangles suivants sont des triangles rectangles	$FEE'$	$ABC$	$ABB'$	$ADD'$

### I-4- Observations à partir d'un cube tronqué

Voici un cube d'arête 6 cm auquel on a enlevé un des coins ( 2cm à partir du sommet prélevé)

## ESPACE

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*



### I-4-1 Un tétraèdre

Dessiner le patron du coin prélevé en vraie grandeur.

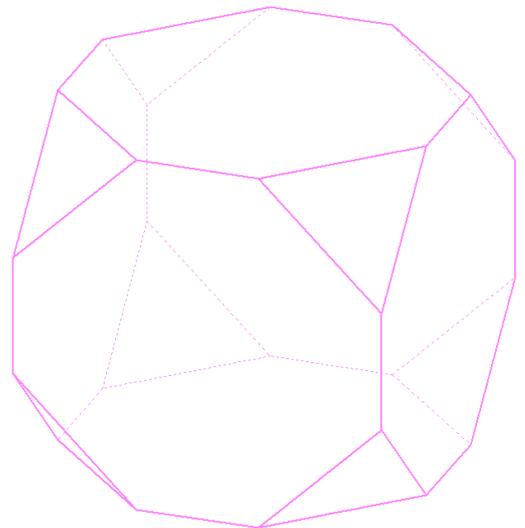
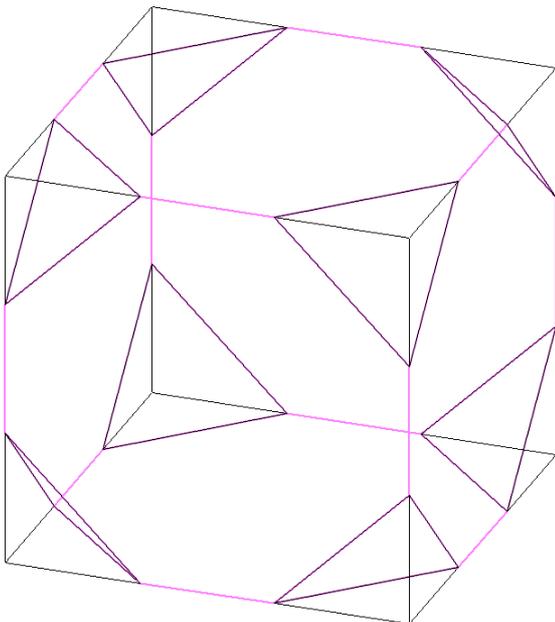
#### *Définition:*

Un tétraèdre est un polyèdre ayant quatre faces triangulaires (c'est une pyramide ayant pour base un triangle)  
(Le préfixe tetra- vient du grec (tetra) qui veut dire quatre et le suffixe -èdre vient du grec (edron) qui veut dire plan ou face) (τετράεδρον)

### I-4-2- Calculs de volumes

Calculer le volume de ce coin.

On enlève ainsi les six coins et on obtient cet objet :



## ESPACE

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

Quel est son volume?

### **I-4-3- Encore un patron**

Faire le patron du cube tronqué du § précédent.

## **II- Position relative de droites: droites coplanaires, sécantes, parallèles.**

### **II-1- Des définitions**

#### **II-1-1- Coplanaires**

Des éléments (points, droites, ...) de l'espace sont dits **coplanaires** lorsqu'ils sont situés dans un même plan.

#### **II-1-2- Droites sécantes**

Deux droites sont dites **sécantes** si elles ont un point commun et un seul

#### **Question:**

Des droites non coplanaires peuvent-elles être sécantes?

#### **II-1-3- Droites parallèles**

Deux droites sont parallèles si et seulement si elles sont coplanaires et non sécantes.

#### **Résumé**

Des droites de l'espace peuvent être

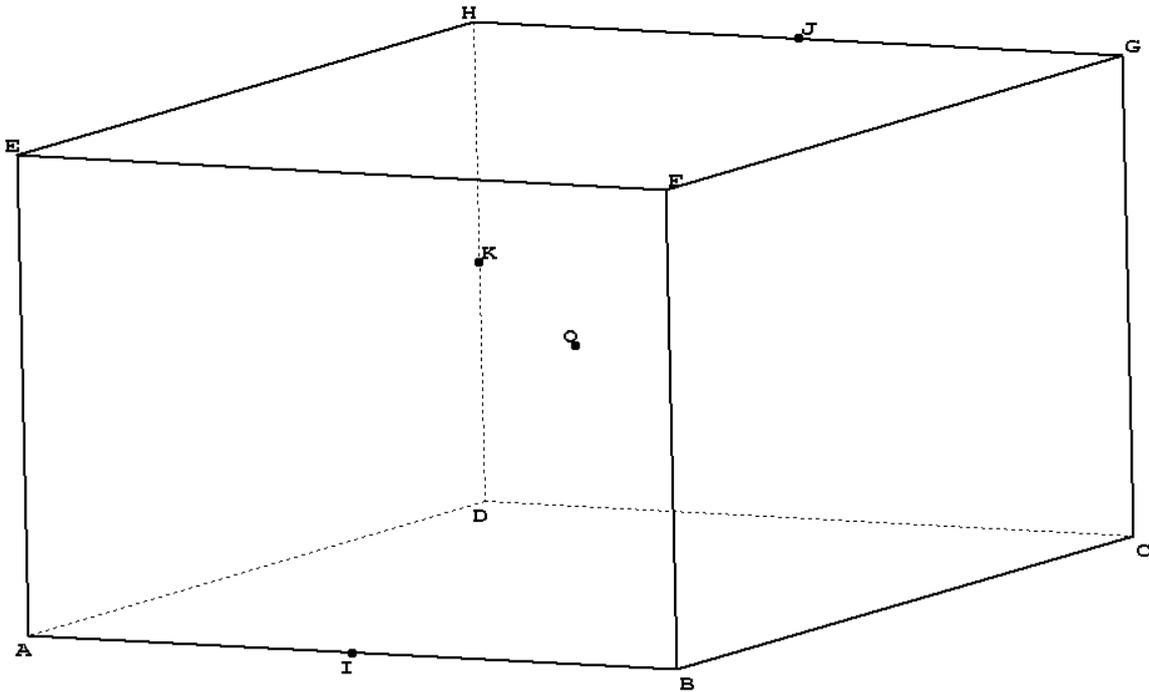
coplanaires		non coplanaires	
sécantes	parallèles		
	confondues	strictement parallèles	

### **II-2 Exercice**

On considère le pavé  $ABCDEFGH$ . (Les faces sont des parallélogrammes)

# ESPACE

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*



$I, J, K$  sont les milieux respectifs des arêtes  $[AB]$ ,  $[HG]$ ,  $[DH]$ .

$O$  est le centre du pavé

1) Remplir le tableau suivant par vrai ou faux.

	non coplanaires	coplanaires	sécantes	parallèles	confondues	strictement parallèles
droites $(AB)$ et $(DH)$						
droites $(AB)$ et $(AE)$						
droites $(IJ)$ et $(BG)$						
droites $(BO)$ et $(BH)$						
droites $(ED)$ et $(HC)$						
droites $(JK)$ et $(AF)$						

2) Donner une justification de chaque résultat.

**III- Position relative de droites et plans**

**III-1- Des définitions**

**III-1-1- Droite et plan sécants**

Une droite et un plan sont dits sécants lorsqu'ils ont un et un seul point commun.

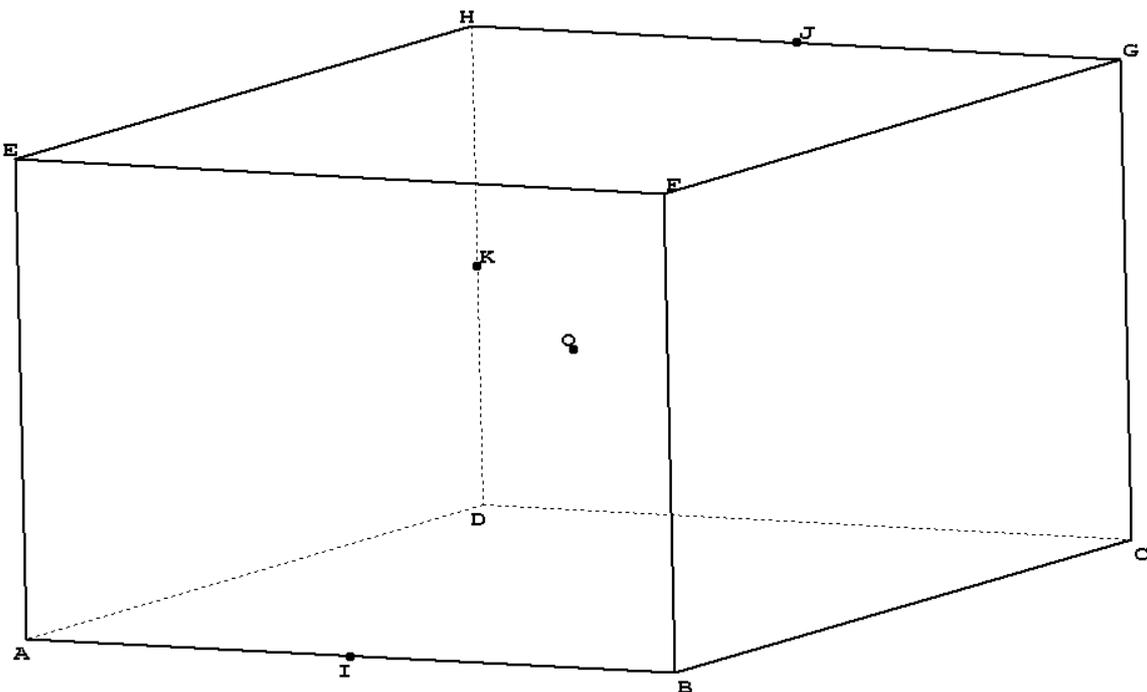
**III-1-2- Droite et plan parallèles**

La droite et le plan sont parallèles si et seulement si la droite et le plan ne sont pas sécants. (On peut avoir la droite incluse dans le plan ou la droite strictement parallèle au plan)

**III-2 Exercice**

On considère le pavé  $ABCDEFGH$ .  $I, J, K$  sont les milieux respectifs des arêtes  $[AB]$ ,  $[HG]$ ,  $[DH]$ .

$O$  est le centre du pavé



1) Remplir le tableau suivant par vrai ou faux.

	sécants	parallèles	incluse dans	strictement parallèles
droite $(AB)$ et plan				

## ESPACE

Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve. *Euclide d'Alexandrie*

	sécants	parallèles	incluse dans	strictement parallèles
( <i>CDH</i> )				
droite ( <i>AB</i> ) et plan ( <i>AEF</i> )				
droite ( <i>IJ</i> ) et plan ( <i>BCG</i> )				
droite ( <i>BO</i> ) et plan ( <i>ACG</i> )				
droite ( <i>ED</i> ) et plan ( <i>HCG</i> )				
droite ( <i>JK</i> ) et plan ( <i>AFH</i> )				

2) Donner une justification de chaque résultat.

### IV- Positions relatives de deux plans

#### IV-1- Des définitions

##### IV-1-1- Plans parallèles

Deux plans sont parallèles lorsqu'ils sont confondus ou lorsqu'ils n'ont aucun point commun.

##### IV-1-2- Plans sécants

Des plans qui ne sont pas parallèles sont sécants

#### IV-2 Propriétés

- 1) Si deux plans sont sécants alors leur intersection est une droite.
- 2) Par tout point de l'espace, il passe un et un seul plan parallèle à un plan donné
- 3) Deux plans parallèles à un même troisième sont parallèles entre eux.
- 4) Si deux plans sont parallèles alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les deux droites intersections sont parallèles.

Autrement dit:

$P$ ,  $Q$  et  $R$  sont trois plans.

Si  $P \parallel Q$  et si  $P \cap R = d$  alors  $Q \cap R = d'$  et  $d \parallel d'$

- 5) Si une droite  $d'$  est parallèle à une droite  $d$  d'un plan  $P$  alors la droite  $d'$  est parallèle au plan  $P$ .

#### IV-3- Pour montrer que deux plans sont parallèles

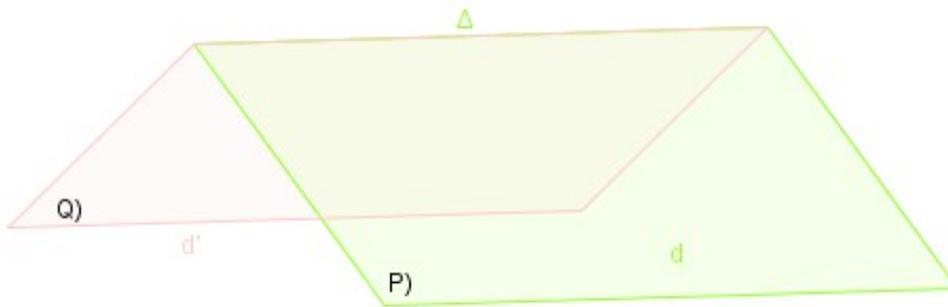
Soient  $P$  et  $Q$  deux plans distincts.

Si deux droites sécantes de  $P$  sont parallèles à deux droites sécantes de  $Q$  alors les plans  $P$  et  $Q$  sont parallèles.

### IV-4- Le théorème du toit

Soient  $P$  et  $Q$  deux plans sécants suivant une droite  $\Delta$ .

Si une droite  $d$  du plan  $P$  est parallèle à une droite  $d'$  du plan  $Q$  alors la droite d'intersection  $\Delta$  est parallèle à  $d$  et  $d'$ .



On peut aussi imaginer un livre ouvert...

### IV-5- Exercice

#### IV-5-1

Pyramide  $SABCD$ .

La base  $ABCD$  est un trapèze avec  $(AB) \parallel (CD)$

**Intersection des plans  $(SAC)$  et  $(SBD)$**

**Intersection des plans  $(SAB)$  et  $(SCD)$**

#### IV-5-2

$ABCDEFGH$  est un pavé droit.

$I$  est sur  $[AB]$  tel que  $AI = \frac{2}{3} AB$  et  $J$  sur  $[BC]$  tel que  $BJ = \frac{2}{3} BC$ .

$K$  est le centre de la face  $EFGH$ .

Construire la section du pavé par le plan  $(IJK)$ .