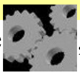
Index

I- Notion de fonction

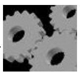
Les exemples sont ceux de la fiche "activités vers la notion de fonction"

I-1- Idée de fonction

De façon simplifiée, une fonction est une machine , que l'on peut nommer f, avec une entrée et une sortie.

On entre un élément (notons-le x), la machine agit selon un mécanisme et il ressort lorsque c'est possible un élément (notons le y).

Important: si on rentre le même élément x, il ressort le même élément y;

On peut schématiser ainsi: x –  $\rightarrow y$

ou encore $x \overset{f}{\mapsto} y$ ou encore: $f : x \mapsto y$

On dit alors que y est l'**image** de x par f et on note $y = f(x)$

Dans l'activité de préparation:

I-1-1- exemple I-,

la fonction (machine) est le programme de calcul, 1 320 est l'image de 10 par cette fonction.

I-1-2- dans l'exemple II-,

la fonction est définie par l'intermédiaire du graphique: "lire l'heure en abscisse, chercher le point correspondant sur le tracé, lire l'ordonnée de ce point": 3 est l'image de 12 dans cet exemple.

I-1-3 dans l'exemple III-,

la fonction donnant l'aire est définie par la formule de l'aire d'un triangle rectangle et celle donnant le périmètre par la formule du périmètre.

On peut noter $\mathscr{A}$ la fonction donnant l'aire: compléter $\mathscr{A}(2) =$ $\mathscr{A}(5{,}8) =$
Peut-on calculer l'image du nombre –5?

Notons $\mathscr{P}$ la fonction donnant le périmètre: compléter $\mathscr{P}(2) =$ $\mathscr{P}(\sqrt{5}) =$

I-2- du vocabulaire et des définitions

I-2-1- fonction, image, antécédent

On définit une **fonction** f sur un ensemble $\mathscr{D}$ en associant à chaque nombre x de $\mathscr{D}$ un nombre et un seul noté $f(x)$.

On note $f: x \mapsto f(x)$, pour $x \in \mathscr{D}$

x s'appelle la **variable**
Le nombre $f(x)$ est l'**image** de x par f
Si $f(x) = y$, on dit que x est un **antécédent** de y par f

I-2-2- "Ensemble de définition"

$\mathscr{D}$ est **l'ensemble de définition** de f
C'est l'ensemble de tous les nombres réels qui ont une image par la fonction *f*.

Exemples

Dans l'activité de préparation:
Dans l'exemple I-, l'ensemble de définition est l'ensemble des entiers naturels. Cet ensemble est noté $\mathbb{N}$.

Dans l'exemple II-, l'ensemble de définition est l'ensemble de tous les nombres réels compris entre 6 et 22 .
On note: [6;22] (intervalle))

Dans l'exemple III-, l'ensemble de définition est l'ensemble de tous les nombres réels strictement positifs.

IMPORTANT: la lettre choisie pour nommer les « objets » mathématiques (fonction, variable, nombre, ...) peut être différente.
Par exemple, dans l'activité préparatoire I, repérer les lettres attribuées aux variables, aux fonctions...

Une fonction peut être définie par une suite d'instructions (exemple I dans l'activité ...)
par une courbe (exemple II dans l'activité ...)...
par une formule ...

Exemples:
a) f est la fonction qui, à tout réel x, associe le triple de x auquel on ajoute 5.
Calculer l'image de 2
Calculer $f(-1)$
Donner l'expression algébrique $f(x) =$ ....
Quel(s) est (sont) le(s) antécédent(s) de 5?
Quel(s) est (sont) le(s) antécédent(s) de –1?
Quel(s) est (sont) le(s) antécédent(s) de 12?

b) h est la fonction qui, à tout nombre z associe le nombre $z^2 + 3z - 1$
Compléter: $h : z \mapsto$ …................
Calculer l'image de –3 par h .....
Calculer l'image de 0 par h ......
On en déduit que le nombre –1 a au moins deux antécédents par h: –3 et 0 sont des antécédents de –1 par h, car, …...
–1 a-t-il d'autres antécédents par h? …..

II- Des opérations possibles ou impossibles

Il existe des opérations qui sont impossibles. Par exemple, on ne peut pas diviser par 0, on ne peut pas prendre la racine carrée d'un nombre strictement négatif.

II-1- Diviser par 0

Soit l'expression $\dfrac{2x+3}{x-2}$.

Son calcul n'est pas possible lorsque x = …................., car, ….........................

En revanche, pour tout nombre $x \neq$ …............, il est possible de trouver un résultat.

Si on note $g : x \mapsto \dfrac{2x+3}{x-2}$ une fonction définie à partir de cette expression, l'ensemble de définition de g doit être un ensemble de nombres …...

II-2- Prendre la racine carrée ...

Soit l'expression $\sqrt{t-3}$.

Son calcul n'est possible que si $t-3$ …........................

Si on note $r : t \mapsto \sqrt{t-3}$ une fonction définie à partir de cette expression, l'ensemble de définition de r doit être un ensemble de nombres …..

II-3- Un calcul toujours possible

La fonction h du I-2-2 est définie pour tous les nombres réels.

III Représentation graphique

III-1- Dans un repère du plan

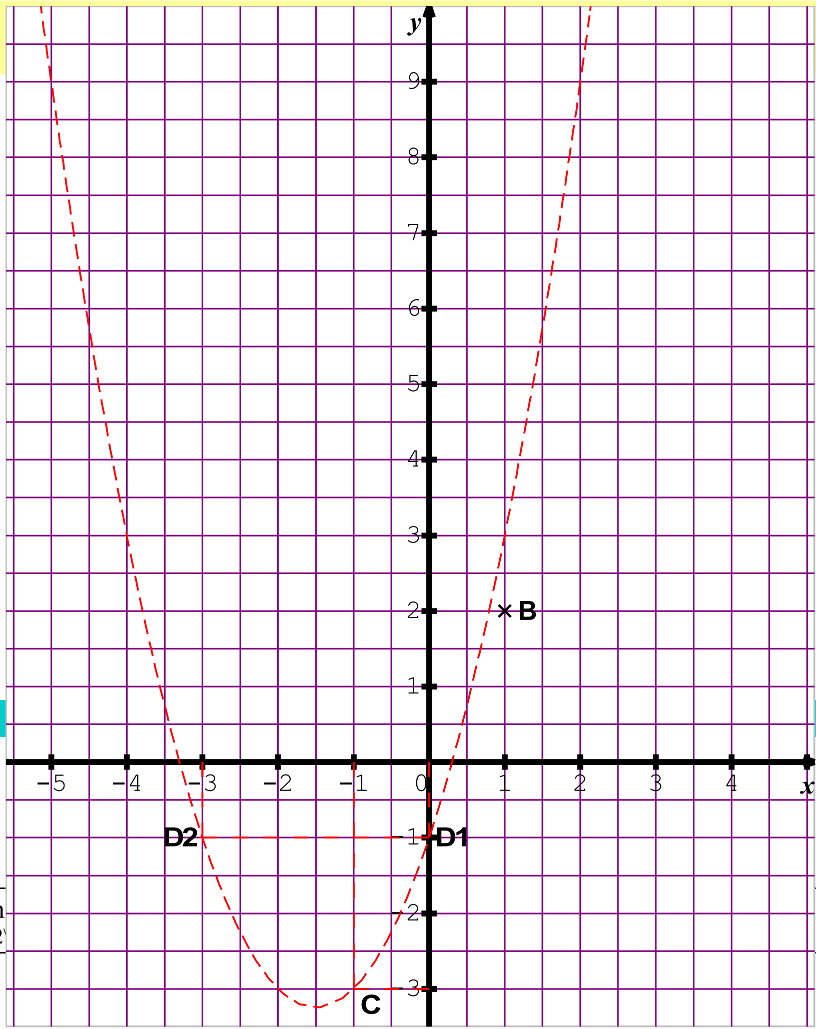
Le plan est muni d'un repère (O, I, J)

L'axe (O, I) est l'axe des abscisses, l'axe (O, J) est l'axe des ordonnées.

Quand une fonction f est définie sur un ensemble de nombres $\mathscr{D}$, à chaque nombre x est associé un et un seul nombre y (ou $f(x)$).

Dans un repère du plan, tout couple $(x; y)$ est représenté par un point M. Le couple $(x; y)$ est le couple de coordonnées de ce point M.

III-2- Définition de la représentation graphique d'une fonction



L'ensemble de tous les points M de coordonnées $(x; f(x))$ dans ce repère est **la courbe représentative de f** dans ce repère.

On note souvent C_f la courbe représentative de f.

On dit qu'une équation de $\boldsymbol{C_f}$ dans ce repère est: $y = f(x)$

Remarque: le tracé des courbes représentatives n'est pas un objectif de ce chapitre (plus tard dans l'année).

Dans ce chapitre, les courbes sont données et on utilise ces courbes pour déterminer des images, des antécédents, des solutions d'équations ou d'inéquations.

Exercice:

On reprend la fonction h du I-2-2

$h: z \mapsto z^2 + 3z - 1$définie pour tous les nombres réels.

1) Comme $h(4) =$ ……., le point $A(4;$ …..$)$ est un point de C_h représentation graphique de h.

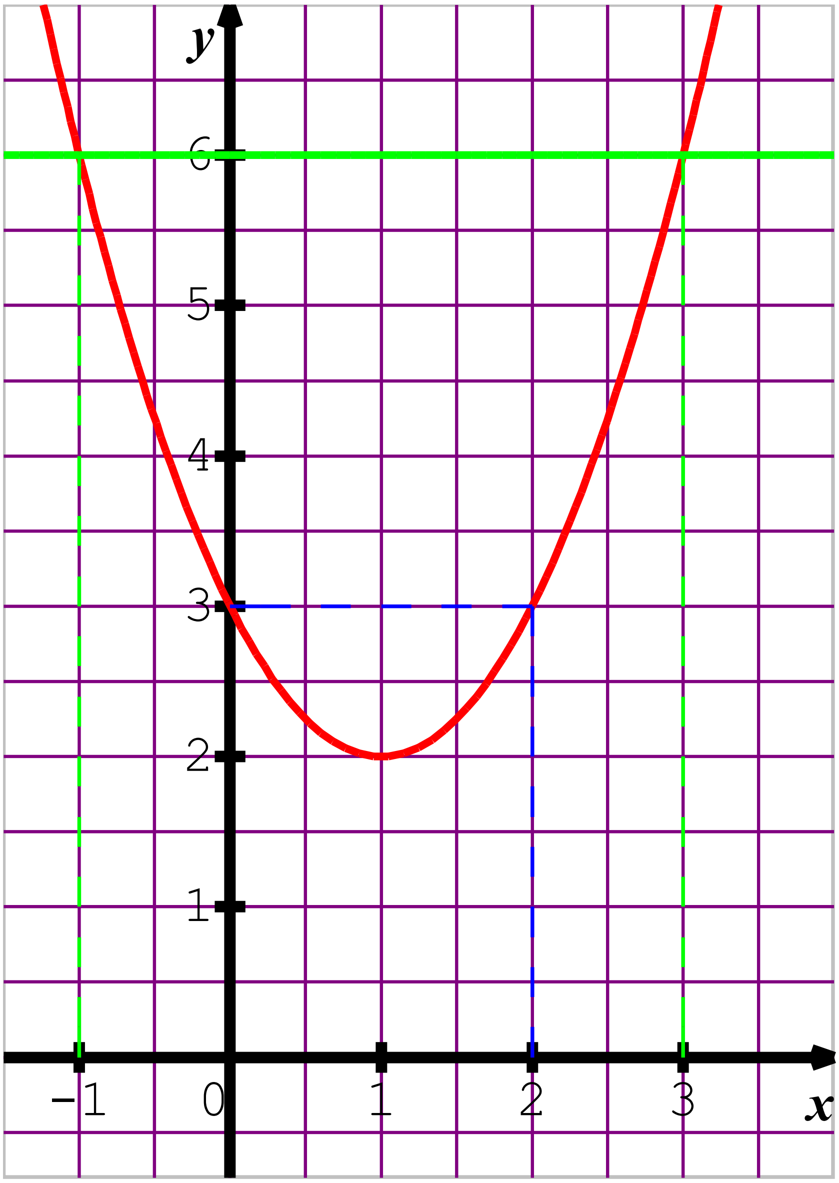
2) Le point $B(1; 2)$ n'est pas un point de C_h car l'image de 1 par h vaut $h(1) =$ ….. et non 2

3) Le point C de C_h d'abscisse –1 a pour ordonnée $h(-1) =$ …...............
$C(-1;$ …....$)$ est l'unique point de C_h d'abscisse –1

d) Soit un point D de C_h d'ordonnée –1. L'abscisse x de D est solution de l'équation $h(x) =$ ….....
On résout donc $x^2 + 3x - 1 =$ …...: .
Cette équation équivaut à …............,
puis, …........................
qui a deux solutions …... et …......
Il existe deux points sur C_h d'ordonnée –1, les points $D_1(......; -1)$ et $D_2(.......; -1)$

IV- Lectures graphiques

Dans tout le paragraphe IV-, le graphique suivant représente une fonction f



IV- 1- Lire une image

On place x sur l'axe des abscisses, on cherche le point d'abscisse x sur la courbe et on lit l'ordonnée de ce point.
Sur le graphique, on lit que l'image de 2 est 3. (La droite verticale passant par 2 en abscisse coupe la courbe en un point d'ordonnée 3)
On note $f(2)$ = …....................
Compléter: $f(1)$ = ….......................... $f(-1)$ = …..................... $f(0)$ = …...............
IMPORTANT:
pourquoi, lorsqu'une courbe représente une fonction f définie sur un ensemble $\mathscr{D}$, toute droite "verticale" construite à partir d'une abscisse prise dans $\mathscr{D}$ ne coupe la courbe qu'en un et un seul point?

IV- 2- Lire les antécédents

On cherche tous les réels x qui ont pour image un réel y.
On place y sur l'axe des ordonnées, on cherche tous les points ayant cette ordonnée (tracer la droite horizontale). Les abscisses de ces points sont les antécédents de y.
Sur le graphique ci-contre, on lit que 6 a deux antécédents: –1 et 3
2 a un seul antécédent qui vaut ....
1 n'a aucun antécédent

IV-3- Résoudre par lecture graphique une équation

Reprenons le paragraphe précédent IV-2).

Résoudre par lecture graphique les équations suivantes:
a) $f(x) = 6$, les solutions de cette équation sont les antécédents par f de 6. On lit: …..........................
b) $f(x) = 2$, on lit: …..................... est la solution de l'équation $f(x) = 2$
c) $f(x) = 1$. Cette équation …...

Règle pratique:

On connaît C_f la représentation graphique d'une fonction f et on veut résoudre graphiquement l'équation $f(x) = a$..
On place a en ordonnée.
On trace la droite horizontale passant par a.
On note les points d'intersection de cette droite avec C_f.
Les solutions de l'équation $f(x) = a$ sont les abscisses de ces points.

IV-4- Résoudre par lecture graphique une inéquation

On reprend la fonction f définie par le graphique des paragraphes précédents.
Résoudre par lecture graphique les inéquations suivantes:
a) $f(x) \leqslant 6$
b) $f(x) \geqslant 6$
Déterminer une règle pratique pour résoudre $f(x) \leqslant a$

V- Résoudre par lecture graphique une équation de la forme $f(x)=g(x)$

On connaît C_f et C_g les représentations graphiques de deux fonctions f et g, et, on veut résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
Autrement dit:
si un nombre a (lu en abscisse) est solution de cette équation, l'image de a par f (lue en ordonnée) est égale à l'image de a par g.
Le point $A(a; f(a))$ est un point de C_f, mais, comme $f(a) = g(a)$, on peut écrire aussi $A(a; g(a))$. A est aussi un point de C_g.

Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection de C_f et C_g.

Sur le graphique ci-contre, on lit les valeurs approchées des 3 solutions:
…...

Déterminer une règle pratique pour résoudre $f(x) = g(x)$.