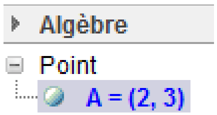
Ouvrir le logiciel GeoGebra

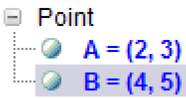
I- Bien respecter la syntaxe. Dans la ligne de saisie,

I-1- taper (2, 3), que fait le logiciel ? écrivez ce qui apparaît dans la fenêtre algèbre.

Un point A de coordonnées (2, 3) est construit. Le nom est donné par défaut avec les premières lettres de l'alphabet en MAJUSCULES.

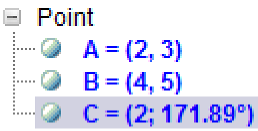


I-2- taper B=(4, 5), que fait le logiciel ? écrivez ce qui apparaît dans la fenêtre algèbre.



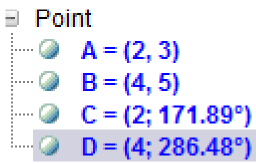
I-3- taper (2 ;3), que fait le logiciel ? écrivez ce qui apparaît dans la fenêtre algèbre.

Un point apparaît, mais, les coordonnées ne sont pas des coordonnées cartésiennes mais des coordonnées polaires.



La distance OC = 2 et l'angle de sommet O formé par l'axe (O*x*) et la demi-droite [OC) vaut 171,89° (3 radians)

I-4- taper D=(4 ; 5), que fait le logiciel ? écrivez ce qui apparaît dans la fenêtre algèbre.

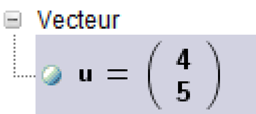


Comme pour le point C, on a un point repéré par des coordonnées polaires.

I-5- taper u=(4, 5), que fait le logiciel ? écrivez ce qui apparaît dans la fenêtre algèbre.

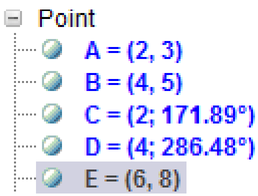
Il apparaît un vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}$.

En mettant une lettre minuscule, le logiciel interprète les données comme étant des coordonnées de vecteur alors qu'au 2/, en écrivant en lettre majuscule le logiciel interprète les données comme étant des coordonnées de point.



I-6- taper A+u, que fait le logiciel ? écrivez ce qui apparaît dans la fenêtre algèbre.

Il apparaît un point E de coordonnées (6, 8).



Dans ce dernier cas, quelle est la formule du cours utilisée pour obtenir ce que vous avez observé ?

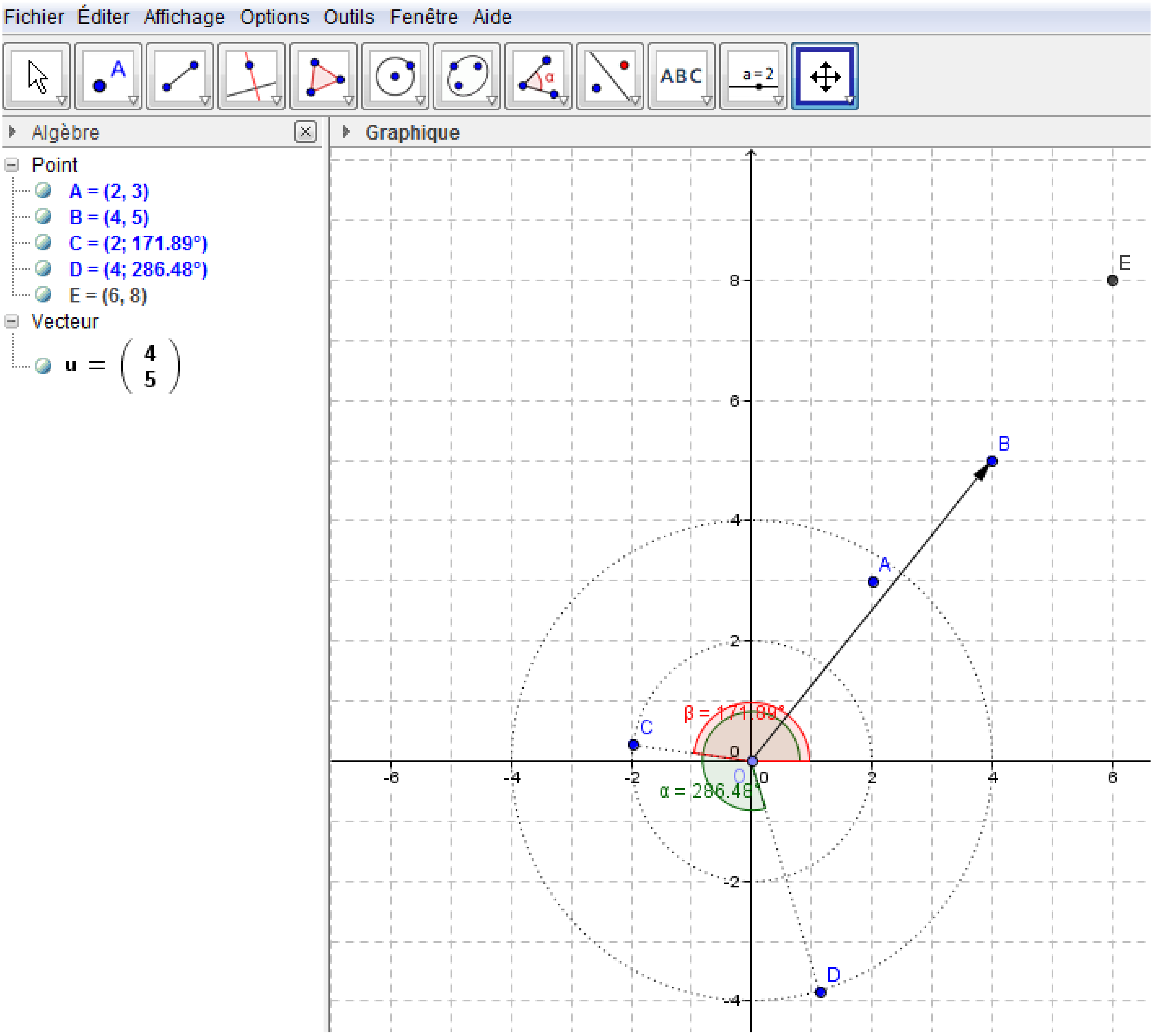
$\overrightarrow{OA} + \vec{u} = \overrightarrow{OE}$, soit : $\vec{u} = \overrightarrow{OE} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OE} = \overrightarrow{AE}$

On a : $\overrightarrow{\mathrm{AE}} = \vec{u}$ d'où, $\begin{pmatrix} x_{\mathrm{E}} - x_{\mathrm{A}} \\ y_{\mathrm{E}} - y_{\mathrm{A}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

Le logiciel calcule $x_{\mathrm{E}} = x_{\mathrm{A}} + x_{\vec{u}}$ et $y_{\mathrm{E}} = y_{\mathrm{A}} + y_{\vec{u}}$

E est l'image de *A* par la translation de vecteur $\vec{u}$.

Copie d'écran :



II- Construction : Ouvrir une nouvelle fenêtre

II-1- Construire trois points A, B et C et I le milieu de [AB]

II- 2- Faire apparaître le vecteur $\overrightarrow{IC}$.

Que voyez-vous apparaître dans la fenêtre algèbre pour désigner ce vecteur $\overrightarrow{IC}$? *(Si le nom par défaut n'est pas u, renommez-le u pour la suite de l'exercice)*

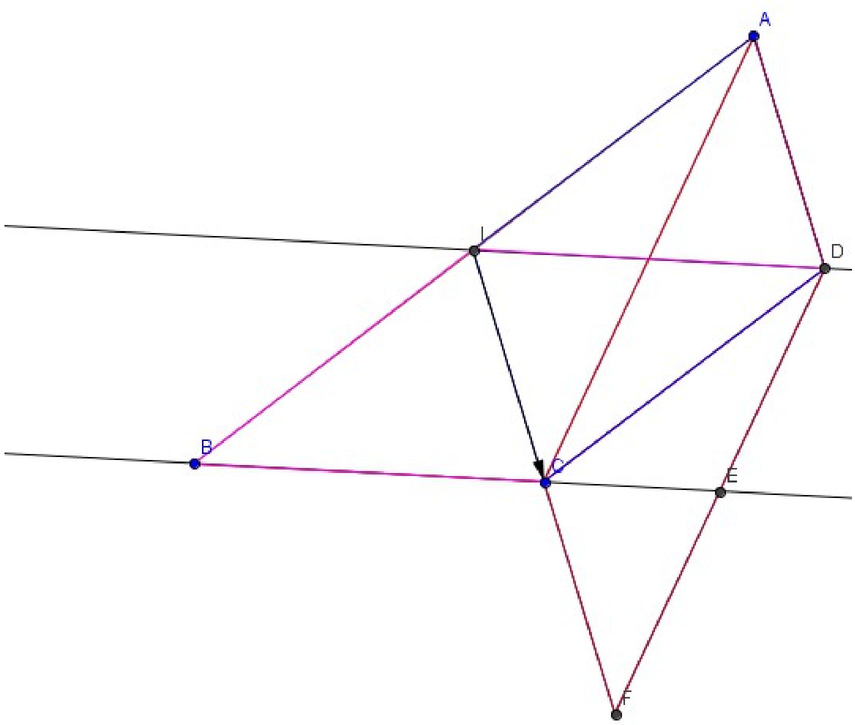
II-3- On veut construire les points D et F tels que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{IC}$ *et* $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{IC}$.

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{IC}$ Faire dans la ligne de saisie : D = A + u car D est l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{IC}=\vec{u}$.

puis : $\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{IC}$ F = C + u car F est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{IC}=\vec{u}$.

Construire E le milieu de [DF].

Reproduire la figure sur votre feuille. Copie d'écran



III- Observations et conjectures :

III- 1- Construire la droite passant par les points B et C.

Qu'observez-vous ? Faites une première conjecture.

Il semble que la droite (BC) passe par le point E. (Les points B, C, E semblent alignés).

III- 2-Construire la droite (ID).

Qu'observez-vous ? Faites une deuxième conjecture.

Il semble que les droites (IC) et (BD) sont parallèles.

III- 3- Déplacez les points A, B et C. Vos observations restent-elles valables ?

Quand les points sont confondus, certaines droites n'existent plus …. Les observations restent valables quand les points sont distincts.

IV- Démonstrations :

Les données sont : ABC est un triangle

I est le milieu de [AB] (1).

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{IC}$ (2)

$\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{IC}$ (3)

E est le milieu de [DF] (4).

Questions ...

IV- 1-

a) D'après la donnée n° 2 ($\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{IC}$) , le quadrilatère ADCI est un parallélogramme,

donc les vecteurs $\overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux (5) ($\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{CD}$)

b) D'après la donnée n° 1, (I est le milieu de [AB]), les vecteurs $\overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{BI}$ sont égaux ($\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$).... (6)

donc, d'après (5) et (6), les vecteurs $\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux (7) $\begin{cases}\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{CD}\\ \overrightarrow{IA}=\overrightarrow{BI}\end{cases}$ d'où $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{CD}$

c) D'après le résultat (7) ($\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{CD}$), le quadrilatère BIDC est un parallélogramme donc les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{ID}$ sont égaux ($\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{ID}$)...(8)

d) On vient ainsi de prouver la conjecture du III-2/.

Les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{ID}$ ayant la même direction, les droites (BC) et (ID) sont parallèles.

IV- 2-

a) D'après les données n° 2 et n° 3, $\begin{cases}\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{IC}\\ \overrightarrow{CF}=\overrightarrow{IC}\end{cases}$, les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{CF}$ sont égaux,par conséquent le quadrilatère ADFC est un parallélogramme.

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DF}$ sont égaux (9) ($\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DF}$)

b) Quelles données permettent de justifier les égalités suivantes :

$\overrightarrow{BA} = 2\ \overrightarrow{IA}$ d'après la donnée n° 1 (I est le milieu de [AB]), donc, d'après le résultat (5) : $\overrightarrow{BA} = 2\ \overrightarrow{CD}$ (10)

$\overrightarrow{DF} = 2\ \overrightarrow{DE}$ d'après la donnée n° 4 (E est le milieu de [DF]), donc, d'après le résultat (9) : $\overrightarrow{AC} = 2\ \overrightarrow{DE}$ (11)

c) Or, d'après la relation de Chasles. : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$, (12)

d'où, d'après les résultats (10), (11), (12) : $\overrightarrow{BC} = 2\ \overrightarrow{CD} + 2\ \overrightarrow{DE} = 2(\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}) = 2\ \overrightarrow{CE}$.

On vient ainsi de prouver la conjecture du III-1

Comme les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CE}$ sont colinéaires, les points B, C, E sont alignés.