

## Index

I- Sur un axe, droite graduée.....	1
I-1- La droite graduée .....	1
Exemple.....	1
I-2- Distance sur un axe gradué, distance entre deux nombres.....	1
I-3- Abscisse du milieu sur un axe gradué.....	2
II- Repère dans un plan.....	2
II-1- Un repère quelconque.....	2
II-1-1- Définitions.....	2
II-1-1-1 axe des abscisses.....	2
II-1-1-2 axe des ordonnées.....	2
II-1-1-3 coordonnées.....	2
II-1-2 Comment lire les coordonnées?.....	3
Méthode:.....	3
II-1-3- Peut-on calculer les coordonnées du milieu?.....	3
Exercices (modèles).....	4
Une question: Peut-on calculer la distance entre deux points dans un repère quelconque?.....	4
II-2- Un repère orthonormé.....	4
II-2-1- Définition.....	4
II-2-2- Calculer la distance de deux points.....	4
II-2-3- Une formule générale pour calculer la distance de deux points.....	4
Exercices (modèles).....	4
Quelques démonstrations :	5

### I- Sur un axe, droite graduée

**Objectifs** : comprendre comment on peut se repérer.

définir le vocabulaire (**mots à connaître**)

les premières formules ou relations .... et leurs **démonstrations**.

#### I-1- La droite graduée

On trace une droite ( $d$ ).

Sur cette droite, on place un point  $O$  (qui sera l'**origine** du repère) et un point  $I$  qui marque l'**unité**.

On attribue au point  $O$  le nombre 0 et au point  $I$  le nombre 1.

Ainsi, la droite est munie du **repère** ( $O, I$ ).

Tout point quelconque  $M$  de la droite est repéré par un **nombre**  $x$ , appelé **abscisse** du point  $M$  dans le repère ( $O, I$ ), et, tout nombre  $x$  est associé à un point de la droite.

Si  $M$  appartient à la demi-droite  $[O, I]$ , le nombre  $x$  est positif et on a :  $OM = x$ .

Si  $M$  n'appartient pas à la demi-droite  $[O, I]$ , le nombre  $x$  est négatif et  $OM = -x$ .

#### Exemple

Tracer une droite graduée de repère ( $O, I$ ).

Placer les points  $A, B, C, D, E$  d'abscisses respectives 2 ; -5 ; -3,5 ;  $\sqrt{5}$  ;  $-2\pi$ .

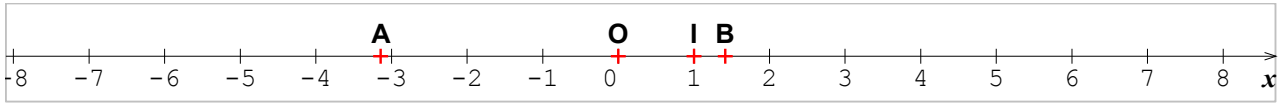
Donner les longueurs  $OA, OB, OC, IA, IB, IC, AB, AC, BC, OE, DE$ .

#### I-2- Distance sur un axe gradué, distance entre deux nombres

Tous les nombres appelés **nombres réels** sont représentés sur la droite graduée munie d'un repère.

On note  $\mathbb{R}$  l'ensemble de tous les nombres réels. (Tous les nombres que vous connaissez actuellement).

Pour cela, on dit aussi qu'on a tracé la droite numérique réelle.



On considère deux nombres  $a$  et  $b$  tels que  $a \leq b$ .

On place les points  $A$  et  $B$  repérés respectivement par  $a$  et  $b$ .

La distance entre les deux nombres  $a$  et  $b$  est définie par la longueur du segment  $[AB]$ .

On a :  $AB = b - a$  (Attention :  $b$  est supérieur à  $a$ ). ( $b - a$  est un nombre réel positif).

### **I-3- Abscisse du milieu sur un axe gradué.**

On reprend les points  $A$  et  $B$  du § I-2-

Placer le point  $M$  milieu de  $[AB]$ .

Une démonstration :

Démontrer que l'abscisse du point  $M$  est le nombre  $c$  défini par  $c = \frac{a+b}{2}$ .  $c$  est la moyenne

arithmétique des deux abscisses  $a$  et  $b$ .

(Illustration : fichier GeoGebra)

## **II- Repère dans un plan**

Mêmes objectifs qu'au I-

### **II-1- Un repère quelconque**

Placer sur votre feuille trois points  $O, I, J$  non alignés et tracer les droites  $(OI)$  et  $(OJ)$ .

#### **II-1-1- Définitions**

Un repère est défini par trois points non alignés  $(O; I, J)$ .

Le point  $O$  est l'origine du repère.

##### **II-1-1-1 axe des abscisses**

L'axe  $(O, I)$  est l'axe des abscisses.

L'axe est gradué: le point  $O$  est repéré par l'abscisse 0 et le point  $I$  est repéré par l'abscisse 1.

##### **II-1-1-2 axe des ordonnées**

L'axe  $(O, J)$  est l'axe des ordonnées.

L'axe est gradué: le point  $O$  est repéré par l'ordonnée 0 et le point  $J$  est repéré par l'ordonnée 1.

##### **II-1-1-3 coordonnées**

Un point  $M$  du plan est repéré par deux nombres réels  $x$  et  $y$ .

La première coordonnée ou abscisse est lue sur l'axe des abscisses.

La seconde coordonnée ou ordonnée est lue sur l'axe des ordonnées.

Le couple  $(x; y)$  est le couple de coordonnées du point  $M$  dans le repère  $(O; I, J)$ .

On note:  $M(x; y)$

**II-1-2 Comment lire les coordonnées?**

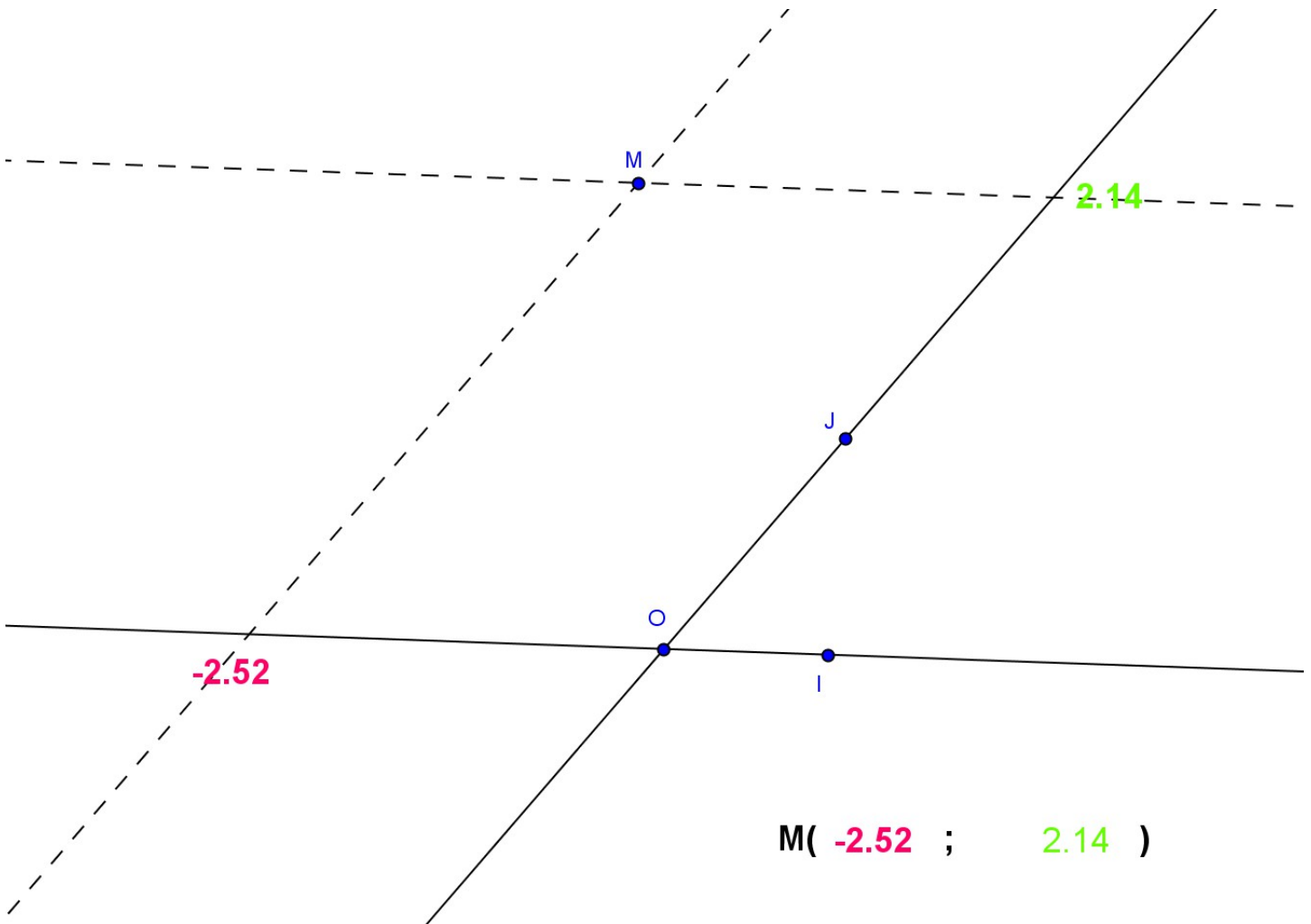
Placer un point  $M$  quelconque dans le repère  $(O; I, J)$ .

Lire ses coordonnées.

**Méthode:**

Pour lire les coordonnées d'un point  $M$  dans le repère  $(O; I, J)$ , on .....

.....  
 .....



(Illustration : fichier GeoGebra)

**II-1-3- Peut-on calculer les coordonnées du milieu?**

Dans un repère quelconque  $(O; I, J)$  placer deux points  $A$  et  $B$ .

Les coordonnées de ces points sont supposées connues. On note  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$

On appelle  $M$  le milieu de  $[AB]$ .

**L'objectif** est de calculer les coordonnées de  $M$  en fonction de celles de  $A$  et  $B$ .

Une démonstration :

Démontrer que dans un repère  $(O; I, J)$ , les coordonnées du milieu  $M$  d'un segment  $[AB]$  sont données par:

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

Penser à : **moyenne arithmétique**

(Illustration : fichier GeoGebra)

**Exercices (modèles)**

1) On sait que dans un repère  $(O; I, J)$ , le point  $A$  a pour coordonnées  $(2; -4)$  et que le point  $K$  a pour coordonnées  $(1; 1)$ .

Calculer les coordonnées du point  $B$  symétrique de  $A$  par rapport à  $K$ .

2) Dans un repère  $(O; I, J)$ , on place les points  $A(2; 1)$ ,  $B(-1; 3)$ ,  $C(0; -3)$ .

Calculer les coordonnées du point  $D$  tel que  $ABCD$  est un parallélogramme.

**Une question: Peut-on calculer la distance entre deux points dans un repère quelconque?**

**II-2- Un repère orthonormé**

La réponse à la question précédente étant non, il est nécessaire d'avoir les bonnes conditions pour calculer des distances.

Les mesures de longueur sur chaque axe doivent être dans la même unité.

On doit pouvoir appliquer le théorème de ....., il faut alors des axes .....

**II-2-1- Définition**

On dit que le repère  $(O; I, J)$  est un **repère orthonormé** lorsque les deux conditions suivantes sont vérifiées:

\* les droites  $(OI)$  et  $(OJ)$  sont perpendiculaires

\*\*  $OI = OJ = 1$  (unité du repère)

*Autrement dit:*

Le triangle  $OIJ$  est un **triangle rectangle et isocèle de sommet  $O$** .

**II-2-2- Calculer la distance de deux points**

Placer dans un repère orthonormé  $(O; I, J)$  deux points  $A$  et  $B$ .

On suppose que les coordonnées des points  $A$  et  $B$  sont connues.

Calculer la distance de  $A$  à  $B$  (ou encore la longueur  $AB$  du segment  $[AB]$ ).

Le calcul :

**II-2-3- Une formule générale pour calculer la distance de deux points**

**Retenir:** Dans un repère **orthonormé**  $(O; I, J)$ , on donne  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

**Exercices (modèles)**

1) Dans un repère **orthonormé**  $(O; I, J)$ , on donne  $A(2; 1)$ ,  $B(-2; 4)$

a) Déterminer la nature du triangle  $OAB$ .

b) Soit  $M(x; y)$  un point qui se déplace sur le cercle circonscrit au triangle  $OAB$ .

Déterminer une relation entre les coordonnées  $x$  et  $y$  de  $M$ .

2) Dans un repère **orthonormé**  $(O; I, J)$ , on donne  $A(3; -2)$ ,  $B(5; 4)$ ,  $C(-2; 3)$

- a) Déterminer la nature du triangle  $ABC$ .
- b) Soit  $M(x; y)$  un point qui se déplace sur la médiatrice de  $[AB]$   
Déterminer une relation entre les coordonnées  $x$  et  $y$  de  $M$ .

**Retenir :**

\*\*\*\* Pour calculer une distance **dans un repère orthonormé**, on applique le théorème de Pythagore.

On a les **quatre nombres** coordonnées (deux abscisses et deux ordonnées).

On calcule les **écarts** en abscisses et les **écarts** en ordonnées.

On applique le théorème de Pythagore.

**En entrée :** quatre  
nombres coordonnées des  
points

**Calculs**

**En sortie :** un nombre positif (distance entre les points)

\*\*\*\* Pour calculer les **coordonnées du milieu** d'un segment :

On a les **quatre nombres** coordonnées (deux abscisses et deux ordonnées).

On calcule **la moyenne arithmétique** des abscisses et des ordonnées.

**En entrée :** quatre nombres coordonnées de points

**Calculs**

**En sortie :** deux nombres coordonnées du milieu

### **Quelques démonstrations :**

#### Démonstration de la formule de l'abscisse du milieu sur un axe:

On nomme  $a, b, c$  les abscisses des points  $A, B$  et  $M$ .

On suppose  $a \leq b$  (on peut toujours choisir de façon à avoir cet ordre ....)

On sait que  $M$  est le milieu de  $[AB]$ ,

d'où  $AM = MB$  et  $a \leq c \leq b$ .

D'après le paragraphe précédent :  $c - a = b - c$ , soit  $2c = a + b$ .

conclusion :  $c = \frac{a+b}{2}$

Démonstration de la formule des coordonnées du milieu dans un repère :

Penser à utiliser le théorème de Thalès pour chercher l'abscisse du milieu sur l'axe  $(O, I)$ , puis l'ordonnée sur l'axe  $(O, J)$  en appliquant le résultat démontré pour un axe.

Calculer la distance entre deux points dans un repère orthonormal.

Faire apparaître le triangle rectangle d'hypoténuse  $[AB]$  et ... appliquer le théorème de Pythagore puisque d'après la distance sur **un axe** on connaît la longueur des côtés perpendiculaires.